

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**
СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ
Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої освіти
сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015

Кафедра вищої та прикладної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО

вченою радою

(пост. п. 8 від « 30 » *серпня* 2021 р.)

Ректор

[Підпис]
А. А. Мазаракі



**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ /
MATHEMATICAL ANALYSIS**

**РОБОЧА ПРОГРАМА /
COURSE OUTLINE**

освітній ступінь	бакалавр / bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології / Information Technologies
спеціальність	124 Системний аналіз / System analysis
спеціалізація	Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science) / Information technologies and business intelligence (Data Science)

Київ 2021

Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ заборонено

Автори: С.В. Михайленко, канд. фіз.–матем наук, доцент
В.І. Денисенко, канд. фіз.–матем наук, доцент
Ю.Ф. Діденко, канд. фіз.–матем наук, доцент
І.С. Ружицький, канд. фіз.–матем наук, старший викладач

Програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри 15.10.2021р., протокол № 2.

Рецензенти: С.В. Білоусова, канд. фіз.–матем наук, доцент

А.А. Роскладка, доктор економічних наук,
канд. фіз.–матем наук, професор кафедри
цифрової економіки та системного аналізу,
завідувач кафедри цифрової економіки
та системного аналізу

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ / MATHEMATICAL ANALYSIS

РОБОЧА ПРОГРАМА / COURSE OUTLINE

освітній ступінь	бакалавр	/	bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології	/	Information technologies
спеціальність	124 Системний аналіз	/	System analysis
спеціалізація	Інформаційні технології та бізнес аналітика (Data Science)	/	Information Technologies and Business Analytics (Data Science)

**1. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ
(ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН):**

Назва теми	Кількість годин					Форми контролю
	Усього годин / кредитів	з них				
		лекції	практичні заняття / МК	лабораторні заняття	самостійна робота студентів	
1	2	3	4	5	6	7
I семестр						
Тема 1. Вступ до математичного аналізу	18	4	4	-	10	О, ІНДЗ
Тема 2. Границя послідовності	24	4	4	-	16	О, ІНДЗ
Тема 3. Функції та їх границі	32	8	6	-	18	О, ІНДЗ
Тема 4. Неперервні функції	34	8	10	-	16	О, ІНДЗ, АКР
Тема 5. Диференціальне числення функції однієї змінної.	40	10	12	-	20	Т, ІНДЗ
Тема 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності	14	4	2	-	8	О, ІНДЗ
Тема 7. Функціональні послідовності та ряди функцій	16	4	4	-	8	Т, ІНДЗ, АКР
Разом за I семестр	180/6	42	42	-	96	
Підсумковий контроль – екзамен						
II семестр						
Тема 8. Невизначений інтеграл	40	10	10	-	16	О, ІНДЗ
Тема 9. Визначений інтеграл.	36	8	8	-	16	О, ІНДЗ
Тема 10. Невласні інтеграли.	16	2	4	-	8	Т, ІНДЗ, АКР

Назва теми	Кількість годин					Форми контролю
	Усього годин / кредитів	з них				
		лекції	практичні заняття / МК	лабораторні заняття	самостійна робота студентів	
1	2	3	4	5	6	7
Тема 11. Диференціальні рівняння.	42	12	10	-	16	О, ІНДЗ
Тема 12. Диференціальне числення функцій кількох змінних	22	6	6	-	8	О, ІНДЗ
Тема 13. Кратні інтеграли та їх застосування.	18	6	6	-	8	О, ІНДЗ
Тема 14. Криволінійні та поверхневі інтеграли.	12	6	6	-	8	О, ІНДЗ, АКР
Разом за II семестр	180/6	50	50	-	80	
Підсумковий контроль – екзамен						
Разом за I і II семестри	360/12	92	92	-	176	

Примітка: АКР – аудиторна контрольна робота, ІНДЗ – домашні завдання, О – опитування, Т – тестування

2. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ (СЕМІНАРСЬКИХ), ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ:

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
<p>Знати: об'єкт, метод, основні поняття математичного аналізу, його роль і місце в системі природничих наук; основні елементи теорії множин; поняття про числові множини, в тому числі про N, Z, Q, I, R, C та їх властивості; логічну символіку</p> <p>Вміти: використовувати логічну символіку при операціях над множинами та доведенні співвідношень; представляти комплексні числа в алгебраїчній, тригонометричній, показниковій формах та виконувати дії над комплексними числами.</p> <p>Знати: означення послідовності та способи її задання;</p>	<p>Тема 1. Вступ до математичного аналізу Лекція 1. Основні поняття та задачі математичного аналізу. Логічні символи. Елементи теорії множин. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> <i>1. Об'єкт, метод, поняття та розділи математичного аналізу.</i> <i>2. Роль та місце дисципліни у системі природничих наук.</i> <i>3. Математичний апарат та математичне моделювання. Логічні символи.</i> <i>4. Основні задачі математичного аналізу.</i> <i>5. Задачі математичного аналізу в середовищі пакету MathCAD.</i> <i>6. Основні елементи теорії множин.</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2 Додатковий: 11, 13, 17, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 2. Числові множини. <ol style="list-style-type: none"> <i>1. Множини натуральних та цілих чисел</i> <i>2. Раціональні та ірраціональні числа.</i> <i>3. Аксиоматичний метод побудови дійсних чисел. Властивості дійсних чисел.</i> <i>4. Комплексні числа як розширення множини дійсних. Основні форми представлення комплексних чисел та дії над ними</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2 Додатковий: 9, 13, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22</p>	<p>2</p> <p>2</p>

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
означення границі послідовності та її геометричний зміст; властивості нескінченно малих та нескінченно великих послідовностей; основні властивості і ознаки існування границі числових послідовностей, поняття про число "ε"	<p>Самостійна робота студентів.</p> <p>⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання.</p> <p>⇒ Вивчити елементарні поняття теорії множин, вміло виконувати операції над множинами, закріпити навик використання логічних символів при операціях над множинами (с.175-179, [9]; с.7-48 [13] -додаткові джерела).</p> <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 1. Операції над множинами та використання логічних символів. <i>Розв'язання задач з використання елементів теорії множин та операцій над ними.</i> <i>Використання логічних знаків при операціях над множинами.</i></p> <p>ПЗ 2. Числові множини, властивості та операції над ними. Форми представлення та дії над комплексними числами. <i>Зображення раціональних чисел десятковими дробами. Зчисленність раціональних та незчисленність дійсних чисел. Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Дії над комплексними числами в тригонометричній та показниковій формах.</i></p>	10
		2
	2	
	<p>Тема 2. Границя послідовності. Лекція 3,4. Границя послідовності. План лекцій:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення послідовності та способи її задання.</i> 2. <i>Монотонні та обмежені послідовності.</i> 3. <i>Означення границі послідовності.</i> 4. <i>Геометричний зміст поняття границі послідовності.</i> 	4

<p>Вміти: доводити існування та знаходити границі послідовностей, використовуючи означення границі та її геометричний зміст; знаходити границі послідовностей, використовуючи властивості границь; використовувати властивості нескінченно малих та нескінченно великих послідовностей при знаходженні границь послідовностей; використовувати арифметичні операції над збіжними послідовностями; знаходити нижню та верхню межі послідовностей; розкриття невизначеності вигляду $\left(\frac{0}{0}\right), \left(\frac{\infty}{\infty}\right), (0 \cdot \infty), (\infty - \infty)$; обчислювати границі пов'язані з числом «e»</p>	<ol style="list-style-type: none"> 5. Властивості границь послідовностей. 6. Нескінченно малі послідовності та їх властивості. 7. Нескінченно великі послідовності та їх властивості. 8. Властивості границь, які пов'язані із арифметичними операціями над послідовностями. 9. Невизначені вирази 10. Поняття про обмежені знизу та зверху числові множини. 11. Означення точних меж числової множини. 12. Теорема про існування границі монотонної послідовності (теорема Вєрштраса) 13. Теорема Больцано-Вєрштраса і критерій Коші. 14. Число e та обчислення границь, пов'язаних з ним. 15. Використання арифметичної і геометричної прогресій та числа e в фінансовій математиці. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 4 Додатковий: 8, 13, 15, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів.</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Здійснити індивідуальний пошук інформації з використанням інтернет ресурсів щодо застосування чисел Фібоначі, в тому числі і в інформаційних технологіях. ⇒ Закріпити на прикладах правила обчислення границь, вміти розкривати основні невизначеності та обчислювати границі пов'язані з числом e (с.206-211, [8]; с.56-66, [15] – додаткові джерела) ⇒ Ознайомитись та вміти використовувати властивості арифметичної і геометричної прогресій та числа e в фінансовій математиці 	<p style="text-align: right;">16</p>
--	---	--------------------------------------

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
	<p>(с.75-82, [3] – основне джерело; с.201-202, [8] – додаткове джерело)</p> <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ3. Числові послідовності та їх властивості. Арифметичні операції над збіжними послідовностями.</p> <p><i>Приклади доведення монотонності та обмеженості послідовностей. Знаходження границь послідовностей, використовуючи означення границі та її геометричний зміст. Знаходження границь послідовностей, використовуючи властивості границь. Використання властивостей нескінченно малих та нескінченно великих послідовностей. Знаходження границь, які пов'язані із арифметичними операціями над послідовностями. Знаходження нижньої та верхньої меж послідовностей.</i></p> <p>ПЗ4. Розкриття невизначеностей та обчислення границь пов'язаних з числом e.</p> <p><i>Приклади на розкриття основних невизначеностей (невизначеності вигляду $\left(\frac{0}{0}\right), \left(\frac{\infty}{\infty}\right), (0 \cdot \infty), (\infty - \infty)$) та обчислення границь послідовностей з ними. Приклади обчислення границь послідовностей, пов'язаних з числом e</i></p>	<p>2</p> <p>2</p>

<p>Знати: означення функції, способи її задання, глобальні властивості; основні елементарні функції та їх класифікацію; спеціальні аналітичні способи задання функції; перше та друге означення границі функції у точці; типи границь функції, властивості нескінченно малих та нескінченно великих функцій; основні властивості і ознаки існування границі функцій</p>	<p>Тема 3. Функції та їх границі. Лекція 5. Поняття функції та способи її задання. Глобальні властивості функцій. Класифікація елементарних функцій. План лекції: 1. Функція - основний об'єкт математичного аналізу. 2. Означення функції та способи її задання. 3. Парність, непарність та періодичність функцій. 4. Обмежені та монотонні функції. 5. Арифметичні операції над функціями. 6. Основні елементарні функції та їх класифікація. Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 4 Додатковий: 10, 11, 12, 13, 15 Інтернет-ресурси: 21, 22</p>	2
<p>Вміти: Будувати графіки елементарних функцій, знаходити область визначення та область значень функції; знаходити обернені функції; обґрунтовувати та доводити існування границі функції, використовуючи перше та друге визначення границі; знаходити ліву та праву границі функції; обчислювати границі функцій при $x \rightarrow +\infty$ та $x \rightarrow -\infty$;</p>	<p>Лекція 6. Спеціальні аналітичні способи задання функції. План лекції: 1. Складна функція (суперпозиція функцій). 2. Обернена функція. 3. Неявно задана функція. 4. Параметрично задана функція. Список рекомендованих джерел: Основний: 4 Додатковий: 10, 12, 13, 15, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22</p>	2
	<p>Лекції 7,8. Границя функції. План лекцій: 1. Перше означення границі функції у точці (означення Гейне). 2. Друге означення границі функції у точці (означення Коші). 3. Ліва та права границі функції у точці. 4. Границя функції при $x \rightarrow +\infty$ та $x \rightarrow -\infty$. 5. Основні властивості границь функцій. 6. Властивості границь, які пов'язані з арифметичними операціями. 7. Границі монотонних функцій. 8. Нескінченно малі функції та їх властивості. 9. Нескінченно великі функції та їх</p>	4

<p>знаходити границі функції, використовуючи їх властивості та арифметичні операції; використовувати властивості нескінченно малих та нескінченно великих функцій для знаходження границь.</p>	<p><i>властивості.</i> 10.Критерій Коші існування границі. Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 4 Додатковий: 8, 13, 14, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22 Самостійна робота студентів. ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Опанувати застосування функцій в економічних дослідженнях: виробнича функція; функція корисності; взаємодія функцій попиту і пропозиції в ринковій економіці; рівноважна ціна; змінні та сталі витрати (с.59-68, [3] – основне джерело; с.233-237, [12]- додаткове джерело). ⇒ Вміти будувати графіки у Mathcad (с.68-69, [3] – основне джерело; [17] – додаткове джерело). ⇒ Опанувати поняття різних типів границь функції (с.239-254, [8] – додаткове джерело). ⇒ Оволодіти технікою обчислення границь функції та вміло використовувати набуті навички (с.90-96, [14]; с.181-200, [18] – додаткові джерела). Практичні заняття: ПЗ5-ПЗ7. Обґрунтування існування границь функцій та техніка їх обчислень. <i>Побудова графіків елементарних функцій. Приклади на знаходження області визначення функції та області її значень. Знаходження обернених функцій.</i> <i>Приклади доведення існування границі функції в точці, використовуючи друге означення границі. Приклади на знаходження лівої та правої границі функції. Обчислення границь функцій при $x \rightarrow +\infty$ та $x \rightarrow -\infty$. Знаходження границь функції, використовуючи їх властивості, які пов'язані з арифметичними операціями. Використання властивостей нескінченно малих та нескінченно великих функцій для знаходження границь.</i></p>	<p>16</p> <p>6</p>
--	---	--------------------

<p>Знати: означення функції в точці та на числовій множині; класифікацію точок розриву функції; основні властивості неперервних на відрізьку функцій; дві важливі границі; важливі еквівалентності, які використовуються для обчислення границь; формули для знаходження асимптот кривої</p>	<p>Тема 4. Неперервні функції. Лекція 9. Неперервність та розриви функцій. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення неперервності функції в точці.</i> 2. <i>Неперервність функції на числовій множині.</i> 3. <i>Приріст функції та неперервність.</i> 4. <i>Локальні властивості неперервних функцій.</i> 5. <i>Точки розриву першого та другого роду.</i> 6. <i>Неперервність та розриви монотонних функцій.</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 2 Додатковий: 12, 13, 15 Інтернет-ресурси: 21, 22</p>	<p>2</p>
<p>Вміти: досліджувати функцію на неперервність; використовувати властивості неперервних функцій при розв'язанні рівнянь та нерівностей; знаходити точки розриву функції і встановлювати характер розриву; знаходити границі функції, використовуючи першу та другу важливі границі; порівнювати функції в околі заданої точки; застосовувати еквівалентні нескінченно малі функції до</p>	<p>Лекція 10. Властивості функцій неперервних на відрізьку. Неперервність елементарних функцій. Дві важливі границі. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Проміжні значення неперервної функції.</i> 2. <i>Обмеженість неперервної функції на відрізьку.</i> 3. <i>Неперервність складної та оберненої функції.</i> 4. <i>Існування арифметичного кореня довільного степеня. Означення степеня з раціональним та дійсним показниками.</i> 5. <i>Неперервність елементарних функцій.</i> 6. <i>Перша важлива границя та приклади її застосування.</i> 7. <i>Показниково-степенева функція. Друга важлива границя та приклади її застосування.</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 10, 12, 15 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 11. Порівняння функцій. Еквівалентні функції та їх застосування до обчислення границь. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Порівняння нескінченно малих функцій.</i> <i>Порядок нескінченно малої функції.</i> </p>	<p>2</p> <p>2</p>

<p>обчислення границь; застосовувати теорію границь до знаходження асимптот кривої</p>	<p>2. <i>Порівняння нескінченно великих функцій.</i> 3. <i>Еквівалентні нескінченно малі функції та їх основні властивості.</i> 4. <i>Деякі еквівалентні нескінченно малі функції.</i> 5. <i>Застосування еквівалентних нескінченно малих функцій до обчислення границь.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 4 Додатковий: 10, 12, 13, 15, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 12. Метод виділення основної частини функції. Застосування теорії границь та неперервних функцій.</p> <p>План лекції:</p> <p>1. <i>Метод виділення основної частини функції. Застосування до розрахунку границь.</i> 2. <i>Застосування теорії границь до знаходження асимптот кривої.</i> 3. <i>Неперервні функції в економічному моделюванні. Функції споживання і лінії бюджетного обмеження. Криві попиту та пропозиції. Залежність величини попиту від доходу. Функціональна залежність витрат і доходу від обсягу виробництва.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 3, 4 Додатковий: 8, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів.</p> <p>⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання, підготовка до аудиторної контрольної роботи.</p> <p>⇒ Повторити та закріпити властивості основних елементарних функцій: монотонність, періодичність, парність та непарність. Вміти будувати графіки елементарних функцій (с.250-265, [11] – додаткове джерело).</p> <p>⇒ Вміти використовувати математичні функції в табличному процесорі MS Excel.</p>	<p>2</p> <p>16</p>
--	--	--------------------

	<p>⇒ Закріпити: порівняння функцій в околі заданої точки; символи O “велике” і o “мале”; еквівалентні функції (с.201-219, [15] – додаткове джерело).</p> <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 8. Приклади використання властивостей неперервних функцій. <i>Приклади дослідження функцій на неперервність. Використання властивостей неперервних функцій при розв’язанні рівнянь та нерівностей.</i></p> <p>ПЗ 9. Приклади на застосування важливих границь. <i>Перша важлива границя та приклади на її застосування при обчисленні границь. Показниково – степеневі функції. Друга важлива границя та приклади її застосування.</i></p> <p>ПЗ 10. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій. Еквівалентні нескінченно малі функції. <i>Приклади порівняння нескінченно малих функцій. Приклади на доведення, що функція є нескінченно малою певного порядку. Порівняння нескінченно великих функцій. Найважливіші еквівалентності, які використовуються для обчислення границь. Приклади на застосування еквівалентних нескінченно малих функцій до обчислення границь.</i></p> <p>ПЗ 11. Приклади застосування теорії границь до знаходження асимптот кривої. Узагальнення техніки знаходження границь функції та підготовка до АКР. <i>Приклади на знаходження невертикальних асимптот графіка функції. Приклади на знаходження вертикальних асимптот. Повторення техніки розв’язання типових задач за темами 1-4.</i></p> <p>ПЗ 12. Аудиторна контрольна робота на розв’язання задач за темами 1-4.</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p>
--	--	---

<p>Знати: Означення похідної і диференціала функції, їх фізичний і геометричний зміст та властивості; правила диференціювання та похідні основних елементарних функцій; основні теореми диференціального числення; умови зростання та спадання функції у точці та на проміжку; як досліджувати функції у критичних точках за допомогою першої похідної та у стаціонарній точці за допомогою похідних вищих порядків; достатні умови угнутості, опуклості графіка функції у точці за першою та другою похідною; необхідні та достатні умови існування перегину (за другою похідною та похідними вищих порядків); загальну схему дослідження функцій і побудови їх графіків;</p>	<p>Тема 5. Диференціальне числення функції однієї змінної. Лекція 13,14. Похідна та диференціал. Правила диференціювання. Властивості диференціалів. План лекції: 1. <i>Задачі, що приводять до поняття похідної.</i> 2. <i>Означення похідної, її фізичний та геометричний зміст.</i> 3. <i>Означення диференційованості функції. Диференційованість та неперервність.</i> 4. <i>Означення диференціала функції, його фізичний та геометричний зміст.</i> 5. <i>Правила диференціювання.</i> 6. <i>Похідні основних елементарних функцій.</i> 7. <i>Похідна оберненої та складної функції.</i> 8. <i>Властивості диференціалів.</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 8, 11, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекція 15. Диференціювання показниково – степеневих, неявних та заданих параметрично функцій. Похідні та диференціали вищих порядків. План лекції: 1. <i>Логарифмічна похідна. Диференціювання показниково-степеневі функції.</i> 2. <i>Диференціювання неявних функцій.</i> 3. <i>Диференціювання функцій, заданих параметрично.</i> 4. <i>Похідні вищих порядків. Фізичний зміст другої похідної. Похідні вищих порядків від суми та добутку функцій.</i> 5. <i>Диференціал n-го порядку та його властивості.</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 3, 4 Додатковий: 8, 14, 18</p>	<p>4</p> <p>2</p>
--	--	-------------------

<p>Вміти: диференціювати показниково – степеневі, неявні та задано параметрично функції; знаходити найбільше та найменше значення неперервної функції на відрізку; досліджувати функції за допомогою похідних та будувати їх графіки</p>	<p>Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекція 16. Основні теореми диференціального числення. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. Теореми Ферма та Ролля. 2. Теореми Лагранжа та Коші. 3. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала. 4. Формула Тейлора. 5. Формули Маклорена деяких елементарних функцій. 6. Обчислення границь за допомогою формули Тейлора. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 4 Додатковий: 10, 13, 15, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекція 17. Дослідження функцій за допомогою похідних та інші застосування похідної. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. Дослідження функцій на зростання та спадання. 2. Максимум та мінімум функції. 3. Глобальний екстремум неперервної функції на відрізку. 4. Дослідження графіка функцій на угнутість та опуклість. Точки перегину. 5. Загальна схема дослідження функцій і побудови їх графіків. 6. Застосування диференціального числення в економічних дослідженнях та приклади інших застосувань похідної. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 3 Додатковий: 8, 11, 13, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22 Самостійна робота студентів. ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань. ⇒ Закріпити використання логарифмічної похідної та застосування еластичності в економічному аналізі. (с.103-110, [3] –</p> </p></p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>20</p>
---	---	-----------------------------

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
	<p>основне джерело; с.360-372, [8] – додаткове джерело).</p> <p>⇒ Знати економічне застосування диференціала (с.372-384, [8] – додаткове джерело).</p>	
;	<p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 13. Задачі, що приводять до поняття похідної. Використання диференціала функції. <i>Задача про дотичну. Нормаль до графіка функції в точці. Кут між двома кривими. Задача про миттєву швидкість. Задача про продуктивність праці. Задача про витрати виробництва. Наближені обчислення за допомогою диференціала. Економічне застосування диференціала. Мультиплікатор.</i></p> <p>ПЗ 14-16. Правила диференціювання. <i>Приклади на диференціювання суми, добутку й частки функцій. Приклади диференціювання складної та оберненої функції. Формування таблиці похідних основних елементарних функцій. Знаходження похідної показниково-степеневої функції. Знаходження похідної неявно заданої функції. Знаходження похідної функції, заданої параметрично. Знаходження похідних та диференціалів вищих порядків</i></p> <p>ПЗ 17, 18. Застосування похідної до обчислення границь, дослідження функцій. <i>Правила Лопіталя. Розкриття невизначеностей типу $\frac{0}{0}$ і $\frac{\infty}{\infty}$. Розкриття невизначеностей $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 0^0, ∞^0, 1^∞. Задачі на дослідження функцій та побудову їх графіків. Задачі на знаходження екстремальних значень функції однієї змінної.</i></p>	<p>2</p> <p>6</p> <p>4</p>

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
<p>Знати: означення числового ряду та його суми; необхідну умову збіжності; ознаки збіжності числових рядів; властивості збіжних рядів</p> <p>Вміти: досліджувати числові ряди на збіжність</p>	<p>Тема 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності. Лекції 18,19.</p> <p>План лекцій:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення ряду та його суми. Збіжні ряди.</i> 2. <i>Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд.</i> 3. <i>Обмежені ряди.</i> 4. <i>Ряди з додатними членами.</i> 5. <i>Ознаки порівняння рядів.</i> 6. <i>Ознака Коші.</i> 7. <i>Ознака Даламбера.</i> 8. <i>Знакозмінні ряди. Теорема Лейбниця.</i> 9. <i>Абсолютно збіжні ряди та умовно збіжні ряди.</i> 10. <i>Властивості збіжних рядів</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 9, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів.</p> <p>⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання.</p> <p>⇒ Закріпити на прикладах використання ознак збіжності числових рядів (с.165-185, [9] – додаткове джерело)</p> <p>Практичні заняття: ПЗ 19. Задачі на дослідження збіжності числових рядів. <i>Дослідження на збіжність знакопостійних рядів. Дослідження на збіжність знакозмінних рядів.</i></p>	<p>4</p> <p>8</p> <p>2</p>

<p>Знати: означення збіжності та рівномірної збіжності функціональних послідовностей і рядів; ознаку збіжності степеневому ряду; ряди Тейлора і Маклорена</p>	<p>Тема 7. Функціональні послідовності та ряди функцій. Лекція 20. Означення та збіжність функціональних послідовностей та рядів. План лекції: 1. <i>Означення збіжності функціональної послідовності.</i> 2. <i>Рівномірна збіжність.</i> 3. <i>Дії над рівномірно збіжними функціональними послідовностями. Необхідна і достатня умова рівномірної збіжності</i> 4. <i>Достатня умова неперервності граничної функції.</i> 5. <i>Рівномірна збіжність функціональних рядів.</i> 6. <i>Абсолютна і рівномірна збіжність функціональних рядів.</i> 7. <i>Диференціювання послідовностей і рядів.</i></p>	<p>2</p>
<p>Вміти: знаходити радіус збіжності степеневому ряду; розкладати функції в ряд Тейлора і Маклорена</p>	<p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 5 Додатковий: 9, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекція 21. Степеневі ряди. План лекції: 1. <i>Означення та приклади степеневих рядів.</i> 2. <i>Радіус збіжності степеневому ряду. Теорема Абеля.</i> 3. <i>Знаходження радіуса збіжності.</i> 4. <i>Диференціювання степеневих рядів.</i> 5. <i>Властивості степеневих рядів.</i> 6. <i>Ряд Тейлора та ряд Маклорена.</i> 7. <i>Розклад функцій в ряди Тейлора і Маклорена.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 5 Додатковий: 9, 18 Інтернет-ресурси: 21, 22 Самостійна робота студентів. ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Закріпити поняття збіжності та рівномірної збіжності функціональних</p>	<p>2</p> <p>8</p>

<p>Знати: означення первісної та невизначеного інтегралу; основні властивості невизначеного інтегралу, основні методи інтегрування</p> <p>Вміти: знаходити інтеграли безпосереднім інтегруванням, інтегруванням методом підстановки та інтегруванням частинами; інтегрувати дробово-раціональні функції; знаходити інтеграли, що містять квадратний тричлен та деякі інші ірраціональності; інтегрувати деякі трансцендентні функції.</p>	<p>послідовностей та рядів (с.186-197 [9] – додаткове джерело) ⇒ Опанувати технікою розкладу заданих функцій в степеневі ряди (с. 198-206 [9] – додаткове джерело)</p> <p>Практичні заняття: ПЗ 20. Приклади на розклад функції в ряд Тейлора і Маклорена. ПЗ 21. Аудиторна контрольна робота на розв’язання задач за темами 5-7.</p> <p>Тема 8. Невизначений інтеграл. Лекція 22, 23. Поняття та властивості невизначеного інтеграла. Основні методи інтегрування. План лекцій: 1. <i>Первісна та невизначений інтеграл.</i> 2. <i>Основні властивості невизначеного інтеграла.</i> 3. <i>Інтеграли від основних елементарних функцій (таблиця інтегралів).</i> 4. <i>Метод безпосереднього інтегрування.</i> 5. <i>Заміна змінної у невизначеному інтегралі.</i> 6. <i>Метод інтегрування частинами у невизначеному інтегралі .</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 7, 8, 9, 11, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 24. Інтегрування дробово-раціональних функцій. План лекцій: 1. <i>Основні поняття про дробово-раціональні функції.</i> 2. <i>Інтегрування простих дробів.</i> 3. <i>Розкладання правильних раціональних дробів на найпростіші.</i> 4. <i>Метод невизначених коефіцієнтів.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 8, 9, 11, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 25. Інтегрування деяких ірраціональностей.</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>4</p> <p>2</p> <p>2</p>
---	--	--

	<p>План лекцій:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Інтеграли</i> <i>вигляду</i> $\int R\left(x, x^{\frac{p_1}{q_1}}, x^{\frac{p_2}{q_2}}, \dots, x^{\frac{p_n}{q_n}}\right) dx.$ 2. <i>Інтеграли</i> <i>вигляду</i> $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx,$ де $ad - cd \neq 0.$ 3. <i>Інтеграли</i> <i>вигляду</i> $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx. \quad \text{Підстановки Ейлера.}$ <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 9, 11, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 26. Інтегрування деяких трансцендентних функцій.</p> <p>План лекцій:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Інтеграл</i> <i>вигляду</i> $\int R(\sin x, \cos x) dx.$ 2. <i>Інтеграл</i> <i>вигляду</i> $\int \sin^m x \cos^n x dx.$ 3. <i>Інтеграл</i> <i>вигляду</i> $\int R(\sin \alpha x, \cos \beta x) dx.$ 4. <i>Інтеграл</i> <i>від трансцендентних функцій, які обчислюються за допомогою інтегрування частинами.</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 9, 11, 14 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів.</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Опанувати методи знаходження невизначених інтегралів (с.513-532, [8]; с.121-140, [9]; с.299-340 [18] – додаткові джерела). <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 22,23. Основні методи інтегрування. Формування таблиці основних інтегралів. Знаходження інтегралів шляхом тотожних перетворень підінтегральної функції та застосуванням властивостей невизначеного інтегралу. Інтегрування заміною змінної.</p>	<p style="text-align: right;">2</p> <p style="text-align: right;">16</p> <p style="text-align: right;">4</p>
--	--	--

<p style="text-align: center;">Знати:</p> <p>значення визначеного інтеграла та його основні властивості; формулу зв'язку визначеного та невизначеного інтегралів; основні методи обчислення визначеного інтеграла; основні формули наближеного обчислення визначених інтегралів; приклади застосування визначеного інтеграла</p>	<p>Задачі на застосування методу інтегрування частинами.</p> <p>ПЗ 24. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування простих дробів. Приклади розкладання правильних раціональних дробів на найпростіші та застосування методу невизначених коефіцієнтів при інтегруванні дробово-раціональних функцій.</p> <p>ПЗ 25. Інтегрування ірраціональностей. Знаходження інтегралів вигляду $\int R\left(x, x^{q_1}, x^{q_2}, \dots, x^{q_n}\right) dx, \quad \int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx,$ де $ad - cd \neq 0, \int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx.$</p> <p>ПЗ 26. Інтегрування трансцендентних функцій. Універсальна тригонометрична заміна. Знаходження інтегралів вигляду $\int R(\sin x, \cos x) dx, \quad \int \sin^m x \cos^n x dx,$ $\int R(\sin \alpha x, \cos \beta x) dx.$</p> <p>Тема 9. Визначений інтеграл. Лекція 27. Означення визначеного інтеграла. Властивості інтегрованих функцій. План лекції: 1. <i>Означення інтеграла за Риманом.</i> 2. <i>Інтегральні суми Дарбу та їх властивості.</i> 3. <i>Задачі які приводять до поняття визначеного інтеграла.</i> 4. <i>Властивості визначеного інтеграла.</i> 5. <i>Теорема про середнє для визначеного інтеграла.</i> 6. <i>Визначений інтеграл із змінною верхньою границею.</i> 7. <i>Формула Ньютона – Лейбніца.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 7, 9, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p>	<p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">2</p>
---	--	---

<p>Вміти: обчислювати визначені інтеграли основними методами інтегрування; знаходити площі плоских фігур, довжини дуг кривих ліній, об'єми тіл обертання, площі поверхонь тіл обертання; розв'язувати задачі на фізичне та економічне застосування визначеного інтеграла</p>	<p>Лекція 28. Методи обчислення визначеного інтеграла. План лекції: 1. <i>Метод безпосереднього інтегрування.</i> 2. <i>Метод заміни змінної.</i> 3. <i>Метод інтегрування частинами.</i> 4. <i>Наближені методи обчислення.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 8, 9, 12, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 29. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла. План лекцій: 1. <i>Знаходження площ плоских фігур.</i> 2. <i>Обчислення довжини дуг кривих ліній.</i> 3. <i>Обчислення об'ємів тіл обертання.</i> 4. <i>Обчислення площ поверхонь тіл обертання.</i> 5. <i>Обчислення роботи змінної сили.</i> 6. <i>Обчислення пройденого шляху.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий 9, 12, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 30. Економічні застосування визначеного інтеграла. План лекцій: 1. <i>Застосування в динамічних процесах.</i> 2. <i>Обчислення середніх значень економічних функцій.</i> 3. <i>Визначення приросту капіталу за відомими інвестиціями.</i> 4. <i>Оцінка ступеня нерівномірності розподілу доходів населення.</i> 5. <i>Застосування у фінансових задачах.</i> 6. <i>Застосування в задачах реалізації товарів.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 8, 12 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів. ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>16</p>
--	---	--------------------------------------

<p style="text-align: center;">Знати: означення, формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів</p> <p style="text-align: center;">Вміти: обчислювати невластні інтеграли з нескінченними границями та з необмеженими функціями</p>	<p>лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання.</p> <p>⇒ Закріпити навички інтегрування, використовуючи основні методи (с.170-197 [12] – додаткове джерело).</p> <p>⇒ Опанувати застосування визначеного інтеграла (с.578-600, [8]; с.198-204, [12] – додаткові джерела).</p> <p>⇒ Закріпити на прикладах обчислення визначених інтегралів в середовищі прикладних математичних пакетів [17].</p> <p>Практичні заняття: ПЗ 27, 28. Обчислення визначених інтегралів основними методами. <i>Задачі обчислення визначених інтегралів, використовуючи їх основні властивості та формулу Ньютона-Лейбніця. Задачі на обчислення визначених інтегралів методом підстановки. Задачі на обчислення визначених інтегралів частинами.</i></p> <p>ПЗ 29, 30. Задачі практичного застосування визначеного інтеграла. <i>Задачі на геометричне, фізичне та економічне застосування визначеного інтеграла.</i></p> <p>Тема10. Невласні інтеграли. Лекція 31. Невласні інтеграли та признаки їх збіжності. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення невластних інтегралів з нескінченними границями.</i> 2. <i>Формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів з нескінченними границями.</i> 3. <i>Означення невластних інтегралів з необмеженими функціями.</i> 4. <i>Формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів з необмеженими функціями.</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 4 Додатковий: 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів.</p>	<p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">2</p>
---	---	--

<p>Знати: загальні поняття та означення теорії диференціальних рівнянь; простіші типи диференціальних рівнянь першого порядку, які інтегруються в квадратурах; алгоритми розв'язання лінійних диференціальних рівнянь першого порядку методом Бернуллі та методом Лагранжа; рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку; методи інтегрування нормальних систем диференціальних рівнянь</p>	<p>⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Закріпити навички інтегрування невластних інтегралів (с.288-301 [16] – додаткове джерело). ⇒ Підготуватися до аудиторної контрольної роботи за темами інтегрального числення.</p> <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 31. Обчислення невластних інтегралів. <i>Задачі обчислення невластних інтегралів з нескінченними границями. Задачі обчислення невластних інтегралів з необмеженими функціями.</i></p> <p>ПЗ 32. Аудиторна контрольна робота за темами інтегрального числення</p> <p>Тема 11. Диференціальні рівняння. Лекція 32. Основні поняття. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь.</i> 2. <i>Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь.</i> 3. <i>Диференціальні рівняння першого порядку.</i> 4. <i>Диференціальні рівняння з відокремленими змінними.</i> 5. <i>Однорідні диференціальні рівняння.</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 3 Додатковий: 7, 8, 14, 19 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 33. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення та методи розв'язання лінійних диференціальних рівнянь.</i> 2. <i>Алгоритм та приклад розв'язання рівняння методом Бернуллі.</i> 3. <i>Метод варіації довільної сталої (метод Лагранжа).</i> 4. <i>Рівняння Бернуллі.</i> 	<p>8</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p>
---	--	---

<p>Вміти: розв'язувати диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними та однорідні диференціальні рівняння; розв'язувати лінійні диференціальні рівняння першого порядку; розв'язувати рівняння Бернуллі; розв'язувати лінійні однорідні диференціальні із сталими коефіцієнтами; розв'язувати лінійні неоднорідні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду; інтегрувати нормальні системи диференціальних рівнянь; розв'язувати однорідну систему лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.</p>	<p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 6 Додатковий: 7, 8, 14, 19 Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекції 34,35, 36. Диференціальні рівняння вищих порядків. План лекцій: 1. <i>Загальні поняття та означення.</i> 2. <i>Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.</i> 3. <i>Лінійні однорідні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами</i> 4. <i>Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального вигляду.</i> 5. <i>Метод підбору частинного вигляду.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 3 Додатковий: 7, 8, 14, 19 Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекція 37. Системи звичайних диференціальних рівнянь. План лекції: 1. <i>Загальні поняття та означення.</i> 2. <i>Системи лінійних диференціальних рівнянь.</i> 3. <i>Інтегрування нормальних систем диференціальних рівнянь. Метод виключення.</i> 4. <i>Приклад інтегрування однорідної системи лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.</i> 5. <i>Приклад розв'язання задачі Коші для лінійної неоднорідної системи диференціальних рівнянь.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 3 Додатковий: 19 Інтернет-ресурси: 21, 22 Самостійна робота студентів. ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Закріпити методи інтегрування</p>	<p>6</p> <p>2</p> <p>16</p>
--	---	-----------------------------

	<p>диференційних рівнянь першого та вищих порядків, систем диференціальних рівнянь (с.614-647 [8]; с.225-244 [14]; с.207-312 [19]– додаткові джерела)</p> <p>⇒ Вміти використовувати Mathcad при розв’язанні диференціальних рівнянь (с.209-220 [3] – основне джерело.</p> <p>⇒ Опанувати застосування методів диференціальних рівнянь в економічних моделях (с.207-237 [3] – основне джерело; с.648-656 [10]; с.238-242 [14]– додаткові джерела)</p> <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 33. Приклади розв’язання диференціальних рівнянь першого порядку з відокремленими змінними та однорідних рівнянь</p> <p><i>Приклади знаходження загальних розв’язків або загальних інтегралів диференціальних рівнянь з відокремленими змінними. Розв’язання задач Коші. Інтегрування диференціальних рівнянь з однорідною правою частиною.</i></p> <p>ПЗ 34. Приклади розв’язання лінійних диференціальних рівнянь. Розв’язання рівнянь Бернуллі.</p> <p><i>Розв’язання диференціальних рівнянь методом Бернуллі. Використання методу варіації довільної сталої (метод Лагранжа). Приклади розв’язання рівнянь Бернуллі.</i></p> <p>ПЗ 35. Приклади розв’язання диференціальних рівнянь вищих порядків, що допускають зниження порядку.</p> <p><i>Типові приклади знаходження загальних розв’язків або загальних інтегралів диференціальних рівнянь, які допускають зниження порядку</i></p> <p>ПЗ 36. Приклади розв’язання лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами</p> <p><i>Використання метода Ейлера для знаходження загального розв’язку лінійних однорідних диференціальних рівнянь n-го порядку зі сталими коефіцієнтами.</i></p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p>
--	--	-------------------------------------

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
<p>Знати: означення границі функції кількох змінних та її властивості; властивості неперервних функцій; необхідні та достатні умови диференційованості функції кількох змінних; правила диференційованості; необхідні та достатні умови існування екстремуму функції двох змінних</p>	<p>ПЗ 37. Приклади розв'язання систем диференціальних рівнянь <i>Метод виключення. Розв'язання задачі Коші. Розв'язання лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами методом Ейлера.</i></p> <p>Тема 12. Диференціальне числення функцій кількох змінних.</p> <p>Лекція 38. Вступ до аналізу функцій кількох змінних</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення n-вимірного евклідового простору R_n.</i> 2. <i>Точкові множини у просторі R_n.</i> 3. <i>Границя послідовності точок простору R_n.</i> 4. <i>Функції двох змінних. Графік функції двох змінних. Лінії рівня функції двох змінних.</i> 5. <i>Функції трьох та більшого числа змінних. Поверхні рівня. Функції n змінних.</i> 6. <i>Означення границі функції кількох змінних. Властивості границі кількох змінних.</i> 7. <i>Неперервні функції кількох змінних. Неперервність функції по окремих змінних. Повторні границі.</i> 8. <i>Функції, неперервні у замкнених обмежених областях.</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 5 Додатковий: 6, 15 Інтернет-ресурси: 21, 22</p>	<p>2</p> <p>2</p>

<p>Вміти: графічно представляти функцію двох змінних, в тому числі, з використанням прикладних математичних пакетів, знаходити частинні похідні та диференціали; диференціювати складні функції; знаходити похідні функції в заданому напрямі та градієнт функції; знаходити екстремуми функції двох змінних; знаходити найбільше та найменше значення функції двох змінних; розв'язувати задачі на умовний екстремум.</p>	<p>Лекція 39. Похідні та диференціали функцій кількох змінних. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. Частинні похідні. Геометричний зміст частинних похідних функції $z = f(x, y)$. 2. Поняття диференційованості функції і повного диференціала. 3. Необхідні та достатні умови диференційованості функції кількох. 4. Диференціювання складної функції. 5. Диференціали складних функцій. 6. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. <p>Формула Тейлора для функції двох змінних. Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 5 Додатковий: 6, 15, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 40. Похідна в даному напрямі. Градієнт. Екстремум функції двох змінних. План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. Похідна в даному напрямі. Достатня умова існування похідної у напрямі. 2. Градієнт функції. 3. Необхідні умови екстремуму функції двох змінних. 4. Достатні умови існування екстремуму двох змінних. 5. Найбільше та найменше значення функції двох змінних. 6. Умовний екстремум функції двох змінних. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 5 Додатковий: 6, 15, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів. ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Опрацювати матеріал про похідні та диференціали функції двох змінних та їх геометричний зміст (с.45-72 [6]; с.321-329, [16] – додаткове джерело).</p> </p></p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>8</p>
---	--	----------------------------

<p>Знати: Означення подвійного та потрійного інтеграла; достатні умови їх інтегрованості та властивості; застосування подвійних та</p>	<p>⇒ Опрацювати теоретичний матеріал про неявні функції та закріпити навик знаходження похідної неявної функції. Вміти знаходити максимуми та мінімуми функції двох змінних с.523-571 [15])</p> <p>Практичні заняття: ПЗ 38. Функції двох змінних та їх графіки. Знаходження частинних похідних та диференціалів. <i>Графічне представлення функцій двох змінних. Лінії рівня. Використання графічних можливостей прикладних математичних пакетів: Mathcad, Maple, Mathematica. Основні правила диференціювання функції декількох змінних.</i></p> <p>ПЗ 39. Диференціювання складної функції. Похідна в даному напрямі. <i>Диференціювання функції кількох змінних, коли її аргументи є функціями однієї змінної. Диференціювання складної функції кількох змінних. Диференціали складних функцій. Похідні та диференціали вищих порядків. Знаходження похідної в напрямі та градієнта.</i></p> <p>ПЗ 40. Знаходження екстремумів функції двох змінних. Найбільше та найменше значення функції. Задачі умовного екстремуму. <i>Алгоритм дослідження функції $z = f(x, y)$ на екстремум. Задачі знаходження екстремуму функції двох змінних. Знаходження найбільшого та найменшого значення функції двох змінних. Приклади розв'язання задач на умовний екстремум.</i></p> <p>Тема 13. Кратні інтеграли та їх застосування. Лекція 41, 42. Подвійні інтеграли. План лекцій:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення подвійного інтеграла по прямокутнику та його властивості. 2. Достатня умова інтегрованості. 3. Подвійний інтеграл як повторний. 4. Подвійний інтеграл по області та його властивості. 	<p>2</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>4</p>
---	--	-------------------------------------

<p>потрійних інтегралів</p> <p>Вміти: обчислювати подвійні та потрійні інтеграли, зводячи їх до повторних; обчислювати подвійні інтеграли в декартових та полярних системах координатах; обчислювати потрійні інтеграли в декартових, циліндричних та сферичних системах координат</p>	<p>5. <i>Подвійний інтеграл по області як повторний.</i></p> <p>6. <i>Подвійний інтеграл в полярних координатах.</i></p> <p>7. <i>Застосування та обчислення подвійних інтегралів.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 2, 5 Додатковий: 6, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Лекція 43. Потрійні інтеграли.</p> <p>План лекцій:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Означення потрійного інтеграла.</i> 2. <i>Обчислення потрійних інтегралів в декартових, циліндричних та сферичних координатах.</i> 3. <i>Застосування потрійних інтегралів</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 5 Додатковий: 6, 16 Інтернет-ресурси: 21, 22</p> <p>Самостійна робота студентів.</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Знати застосування та вміти обчислювати подвійні інтеграли (с.93-109 [6]; с.363-375 [16]; – додаткові джерела). ⇒ Знати застосування та вміти обчислювати потрійні інтеграли (с.110-113 [6]; с.376-381 [16] – додаткові джерела). <p>Практичні заняття:</p> <p>ПЗ 41, 42. Обчислення подвійних інтегралів та приклади їх застосування . <i>Подвійний інтеграл як повторний. Побудова області інтегрування, встановлення порядку інтегрування, розставлення границь інтегрування. Обчислення подвійних інтегралів в полярних координатах.</i></p> <p>ПЗ 43. Обчислення потрійних інтегралів та приклади їх застосування. <i>Задачі на обчислення потрійних інтегралів в декартових координатах. Задачі на обчислення потрійних інтегралів в циліндричних</i></p>	<p>2</p> <p>8</p> <p>4</p> <p>2</p>
---	---	-------------------------------------

<p>Знати: знати основні поняття та формули теми; практичні застосування криволінійних інтегралів</p> <p>Вміти: обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли; застосовувати криволінійні поверхневі інтеграли під час розв'язання прикладних задач</p>	<p><i>координатах. Задачі на обчислення потрібних інтегралів в сферичних координатах.</i></p> <p>Тема 14. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Лекція 44. Криволінійні інтеграли першого роду (за довжиною дуги). План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Поняття дуги кривої.</i> 2. <i>Означення криволінійного інтеграла першого роду.</i> 3. <i>Геометричний зміст криволінійного інтеграла першого роду.</i> 4. <i>Властивості криволінійних інтегралів першого роду.</i> 5. <i>Зведення криволінійного інтеграла першого роду до визначеного інтегралу.</i> Список рекомендованих джерел: Основний: 1,5 Додатковий: 6, 16, 20 Лекції 45 Криволінійні інтеграли другого роду (за координатами). План лекції: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Задача про обчислення роботи, яку виконує змінна сила.</i> 2. <i>Означення криволінійних інтегралів другого роду.</i> 3. <i>Властивості криволінійних інтегралів другого роду.</i> 4. <i>Приклади обчислення криволінійних інтегралів другого роду.</i> 5. <i>Теорема (формула) Гріна.</i> 6. <i>Наслідки теореми Гріна та приклади її застосування.</i> 7. <i>Умова незалежності криволінійних інтегралів другого роду від лінії інтегрування.</i> 8. <i>Інтегрування повних диференціалів. Формула Ньютона-Лейбниця для криволінійних інтегралів.</i> 9. <i>Знаходження функції $u = u(x, y)$ за її повним диференціалом.</i> 10. <i>Застосування криволінійних інтегралів другого роду.</i> </p>	<p>2</p> <p>2</p>
---	--	-------------------

	<p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 5 Додатковий: 6, 16, 20 Інтернет-ресурси: 21, 22 Лекція 46. Поверхневі інтеграли. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Параметричне представлення поверхності. Орієнтація поверхності та вибір її сторони.</i> 2. <i>Площа кривої поверхні</i> 3. <i>Поверхневі інтеграли першого типу та їх зведення до подвійного інтегралу.</i> 4. <i>Визначення поверхневих інтегралів другого типу.</i> 5. <i>Зв'язок між поверхневими інтегралами двох типів</i> 6. <i>Зв'язок поверхневого інтеграла з криволінійним. Формула Стокса.</i> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 5 Додатковий: 6, 16, 20 Інтернет-ресурси: 21, 22 Самостійна робота.</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ Опрацювати презентаційний матеріал лекційних та практичних занять, виконати домашні завдання. ⇒ Знати застосування та вміти обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли (с.120-145, [6] – додаткове джерело). <p>Практичні заняття: ПЗ 44. Приклади обчислення криволінійних інтегралів. <i>Приклади обчислення криволінійних інтегралів першого роду. Приклади обчислення криволінійних інтегралів другого роду.</i></p> <p>ПЗ 45. Приклади обчислення поверхневих інтегралів. <i>Приклади обчислення поверхневих інтегралів.</i></p> <p>ПЗ 46. Аудиторна контрольна робота за темами 11-14.</p>	<p>2</p> <p>8</p> <p>2</p> <p>2</p> <p>2</p>
--	---	--

* курсивом виділені питання, які розглядатимуться із застосуванням інтерактивних методів навчання

3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ:

Основні

1. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз: підручник. – К.: Знання, 2008. – 421 с.
2. Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Лібацький Л.Л. та ін. Математичний аналіз: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1. Л.: Національний ун-т «Львів. політехніка», 2003. – 403 с.
3. Щетініна О.К. Вища та прикладна математика в економічних прикладах та задачах. Практикум, ч.1.: навчальний посібник/ О.К. Щетініна, Т.В. Ковальчук та ін. - К.: КНТЕУ, 2017 – 244 с.
4. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник: У 2 ч. Ч.1 - К.: Вища школа, 2005. – 446 с.
5. Шкіль М.І. Математичний аналіз: підручник: У 2 ч. Ч.2 - К.: Вища школа, 2005. – 510 с.

Додаткові

6. Алексєєва І. В., Гайдей В.О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Практикум.— К: НТУУ «КПІ», 2016. — 188 с.
7. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. Навчальний посібник - К.: Книги України ЛТД, 2010. - 470 с.
8. Грисенко М.В. Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі: Навчальний посібник. – Київ.: Либідь, 2007. – 720 с.
9. Денисьєвський О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко, Т. О. Петрова, А. В. Чайковський Збірник задач з математичного аналізу. Частина І. Функції однієї змінної М. О. / – К.: ВПЦ "Київський університет", 2005.– 257 с.
10. Дрогомирецька Х. Т., Каленюк П.І., Клапчук М.І., Понеділок Г.В. Математичний аналіз функцій однієї дійсної змінної / – Львів : Вид-во НУ«ЛП», 2016. – 589 с.
11. Ковальчук Т.В. Вища математика для економістів: підручник /Т.В. Ковальчук, В.С. Мартиненко. – К.: КНТЕУ.–Ч.1, 2005. – 395с.
12. Кривошея С. А., Майко Н. В., Моторна О. В., Проценко Т. М. Математичний аналіз: завдання для самостійної роботи студентів : навч.-метод. посіб. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2013. – Ч. 1 .– 323 с.
13. Курченко О.О. Диференціальне числення функції однієї змінної: підручник. – К., 2014. 238 с.
14. Математика для економістів. Збірник задач: навчальний. посібник / Білоусова С.В., Борисейко В.О., Гладка Ю.А. та інші. – К.: КНТЕУ, 2015. – 504 с.
15. Михайленко В.В. Вища математика. Книга 2. Диференціальне числення функцій однієї та кількох змінних: навчальний посібник / Михайленко В.В.,

- Добряков Л.Д., Головня Р.М. –Житомир: ЖДТУ, 2012. – 576с.
16. Сенчук Ю.Ф. Математичний аналіз для інженерів: - Навчальний посібник – Ч.1 – Харків: НТУ «ХПІ», 2003 – 408с.
 17. Херхагер М., Партоль М. Mathcad 2000 полное руководство. «Ирина», ВНУ, Киев – 414с.
 18. Radozycki T. Solving Problems in Mathematical Analysis, Part I. Springer Nature Switzerland AG 2020 p.367.
 19. Radozycki T. Solving Problems in Mathematical Analysis, Part II. Springer Nature Switzerland AG 2020 p.381.
 20. Radozycki T. Solving Problems in Mathematical Analysis, Part III. Springer Nature Switzerland AG 2020 p.375.

Інтернет-ресурси

21. <http://matan.kpi.ua> дистанційні курси
22. www.mathwords.com

**Примітка. Курсивом виділені джерела, наявні в бібліотеці КНТЕУ*