

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ**

Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої освіти  
сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015

**Кафедра цифрової економіки та системного аналізу**



**ЗАТВЕРДЖЕНО**

вченою радою

спост. № 3 від «*20*» *зрвса* 2021 р.)

Ректор

\_\_\_\_\_ А. А. Мазаракі

**ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ /  
OPTIMIZATION METHODS AND MODELS**

**ПРОГРАМА /  
COURSE SUMMARY**

**Київ 2021**

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ  
заборонено**

Автор: Н. В. Геселева, кандидат технічних наук, доцент

Програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри цифрової економіки та системного аналізу 05.04.2021р., протокол № 14

Рецензенти: В. В. Кулаженко, кандидат економічних наук,  
І. В. Фабрика, кандидат економічних наук, заступник  
керівника Центру управління стратегічними змінами АТ  
«Ощадбанк».

**ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ/  
OPTIMIZATION METHODS AND MODELS**

**ПРОГРАМА ТА РОБОЧА ПРОГРАМА**

<b>освітній ступінь</b>	<b>«бакалавр»</b>
<b>галузь знань</b>	<b>12 «Інформаційні технології»</b>
<b>спеціальність</b>	<b>124 «Системний аналіз»</b>
<b>спеціалізація</b>	<b>«Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science)»</b>

## ВСТУП

Програма дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» призначена для студентів бакалаврату КНТЕУ денної форми навчання галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 124 «Системний аналіз», спеціалізації «Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science)».

Програму підготовлено відповідно до освітньо-професійних програм підготовки бакалаврів із зазначених галузей знань, спеціальностей та спеціалізацій.

Програма та робоча програма складається з таких розділів:

1. Мета, завдання та результати вивчення дисципліни (компетентності), її місце в освітньому процесі.
2. Зміст дисципліни.
3. Структура дисципліни та розподіл годин за темами (тематичний план).
4. Тематика та зміст лекційних, практичних (семінарських) занять і самостійної роботи студентів.
5. Список рекомендованих джерел.

### ***1. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ (КОМПЕТЕНТНОСТІ), ЇЇ МІСЦЕ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ***

*Метою* вивчення дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» є формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей до логічного мислення на основі систематичного засвоєння засобів оптимізації та дослідження операцій, а також формування у студентів вміння застосовувати сучасні методи математичного моделювання та теорії оптимізації в науці, економіці та інших галузях.

*Завданням* дисципліни є ознайомлення студентів з основними поняттями та засобами методів оптимізації та дослідження операцій, як інструментарію для подання і обробки інформації, формування у студентів навичок математичного моделювання задачами оптимізації та розв'язування цих задач.

*Предмет* дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» складають моделі прикладних економічних задач оптимізації управління і методи розв'язування цих задач

### ***2. ПЕРЕДУМОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ***

Дисципліна «Оптимізаційні методи та моделі» для спеціалізації «Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science)» викладається після вивчення студентами бакалаврату дисциплін:

- «Математичний аналіз»;
- «Дискретна математика»;
- «Економічний аналіз».

### 3. РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Оптимізаційні методи та моделі» забезпечує оволодіння студентами загальними та фаховими компетентностями і досягнення ними програмних результатів навчання за освітньо-професійною програмою:

*«Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science)» (ОС бакалавр)*

Номер в освітній програмі	Зміст компетентності	Номер теми, що розкриває зміст компетентності
<i>Загальні компетентності за освітньою програмою</i>		
K01	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу	1-12
K02	Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях	1-12
K03	Здатність планувати і управляти часом	5,7,11,12
K14	Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт	12
<i>Фахові компетентності за освітньою програмою</i>		
K17	Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем.	11-12
K18	Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.	1-12
K21	Здатність формулювати задачі оптимізації при проектуванні систем управління та прийняття рішень, а саме: математичні моделі, критерії оптимальності, обмеження, цілі управління; обирати раціональні методи та алгоритми розв'язання задач оптимізації та оптимального керування.	1-12
K23	Здатність використовувати сучасні інформаційні технології для комп'ютерної реалізації математичних моделей та прогнозування поведінки конкретних систем а саме: об'єктно-орієнтований підхід при проектуванні складних систем різної природи, прикладні математичні пакети, застосування баз даних і знань.	1-12
<i>Програмні результати навчання за освітньою програмою</i>		
ПР07	Знати основи теорії оптимізації, оптимального керування, теорії прийняття рішень, вміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач управління і проектування складних систем.	1-11
ПР18	Володіти достатніми знаннями математичних	1-12

#### **4. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ**

##### **Тема 1. Лінійні оптимізаційні методи і моделі**

Предмет дослідження операцій. Поняття моделі і моделювання. Типи моделей. Класифікація математичних моделей. Етапи побудови математичної моделі. Загальна постановка задачі дослідження операцій. Загальна постановка задачі лінійного програмування. Приклади задач лінійного програмування. Допустима область, її властивості. Оптимальні розв'язки і вершини допустимої області. Стандартна та канонічна форма задачі. Критерій оптимальності. Ознака необмеженості цільової функції.

Вирішення задач оптимального виробничого планування, задач про оптимальний склад суміші, задач про оптимальний склад раціону харчування, задач про оптимальний розкрій матеріалів, стохастичних задач комплектування парку верстатів.

##### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-9.

*Додатковий:* 13-15.

*Інтернет-джерела:* 16-18.

##### **Тема 2. Графічний метод у лінійній оптимізації**

Геометрична інтерпретація лінійної моделі. Многогранник допустимих розв'язків та його побудова. Особливі випадки геометричної інтерпретації. Графічний метод розв'язування задачі лінійного програмування. Алгоритм графічного методу. Нестандартні випадки графічного методу (необмеженість, виродженість, нескінченна кількість розв'язків).

Вирішення задач оптимального виробничого планування для продукції двох видів.

##### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1- 9.

*Додатковий:* 13-15.

*Інтернет-джерела:* 16-18.

##### **Тема 3. Аналітичні методи для лінійних оптимізаційних задач**

Симплекс-перетворення. Симплекс-метод. Критерій оптимальності базисного розв'язку. Метод штучного базису (М-метод). Модифікований симплекс-метод.

Двоїстість у лінійному програмуванні. Двоїсті задачі лінійного програмування. Теорема двоїстості. Двоїстий симплекс-метод. Економічна інтерпретація двоїстих задач.

Післяоптимізаційний економічний аналіз задач оптимального виробничого планування: визначення статусу ресурсів, оцінка рентабельності продукції; оцінка впливу заміни запасів дефіцитних ресурсів на збільшення виручки підприємства; визначення меж зміни ціни одиниці продукції, меж зміни запасів ресурсів.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-7, 9.

*Додатковий:* 13, 15.

*Інтернет-джерела:* 16-18

#### **Тема 4. Задача про призначення**

Постановка задачі про призначення. Властивості задач про призначення. Типові економічні задачі про призначення. Математична модель задачі про призначення. Алгоритм угорського методу. Побудова циклу та критерій оптимальності для задач про призначення. Практична реалізація угорського методу.

Вирішення задач оптимального розподілу робіт між виконавцями.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1, 3, 5, 8.

*Додатковий:* 13.

*Інтернет-джерела:* 17, 18.

#### **Тема 5. Транспортна задача та її модифікації**

Задачі транспортного типу. Постановка транспортної задачі. Математична модель транспортної задачі. Складання транспортної таблиці. Відкриті транспортні задачі. Методи знаходження опорного плану. Метод північно-західного кута. Метод мінімального елемента. Метод подвійної переваги. Критерій оптимальності та нерозв'язності задач транспортного типу. Метод потенціалів. Метод апроксимації Фогеля. Перерахунок клітин транспортної таблиці. Практична реалізація задач транспортного типу.

Вирішення задач про оптимальний план перевезень, задач про оптимальне розміщення виробництва.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1- 9.

*Додатковий:* 13 - 15.

*Інтернет-джерела:* 16-18.

#### **Тема 6. Задачі мережевого планування**

Постановка задачі мережевого планування. Види мережевих моделей. Побудова мережевої моделі. Задача про оптимальний потік у мережі. Задача про найкоротший шлях. Метод Мінті. Задача знаходження максимального потоку. Метод Форда-Фалкерсона. Розрізи в мережевих моделях.

Оптимізація мережевого графіку виконання комплексу робіт. Побудова мережевої моделі проекту, визначення критичного шляху, раннього та пізнього термінів виконання робіт, резерву часу. Побудова мережевого графіку проекту із складанням календарного плану робіт.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1, 3, 5.

*Додатковий:* 10, 15.

*Інтернет-джерела:* 17, 18.

#### **Тема 7. Теорія ігор**

Ігровий підхід до моделювання задач. Основні поняття та визначення теорії ігор. Оптимальні чисті стратегії. Оптимальні мішані стратегії. Матричні ігри. Перетворення платіжної матриці. Графічний метод розв'язування ігрових задач. Нестандартні ситуації в ігрових моделях. Аналітичний метод розв'язування ігрових задач. Зв'язок матричних ігор з лінійним програмуванням. Основна теорема матричних ігор. Метод Брауна-Робінсона. Економічний аналіз ігрових задач.

Використання теоретико-ігрового підходу для задач визначення оптимальної стратегії підприємства в умовах невизначеного зовнішнього середовища.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1, 3, 5.

*Додатковий:* 12, 15.

*Інтернет-джерела:* 16-18.

#### **Тема 8. Методи дискретної оптимізації**

Задача цілочислового лінійного програмування. Моделі цілочислових задач. Графічний метод в умовах цілочисельності змінних. Методи відсікання. Перший метод Гоморі. Приклади застосування методу Гоморі. Частково цілочислові задачі. Другий алгоритм Гоморі. Метод Дальтона-Левеліна. Метод гілок та меж. Метод Ленд та Дойга.

Вирішення задач оптимального виробничого планування з використанням першого та другого алгоритмів Гоморі та відсікань за методом Дальтона-Левеліна. Вирішення задачі комівояжера методом гілок і меж.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1, 3, 5.

*Додатковий:* 10, 13.

*Інтернет-джерела:* 17, 18.

#### **Тема 9. Нелінійна оптимізація**

Загальна задача нелінійного програмування. Геометрична інтерпретація нелінійних задач. Класичні методи оптимізації. Опуклі множини. Теорема про

відокремлення. Опуклі функції та їх властивості. Опукле програмування. Теорема Куна-Таккера. Квадратичний симплекс-метод.

Гradientні методи оптимізації. Прямий gradientний метод. Метод найшвидшого спуску. Задачі з негладкою цільовою функцією. Метод проектування узагальнених gradientів та його застосування до розв'язування прикладних задач. Метод штрафних функцій.

Двоїсті задачі нелінійного програмування. Метод відсікаючі гіперплощин. Ітеративний метод декомпозиції в нелінійному програмуванні. Методи можливих напрямків Зойтендейка.

Вирішення задач збуту кінцевої продукції за умов максимізації реалізованої продукції, в якій обмеження задачі враховують зв'язки між ціною, рекламою та обсягами збутої продукції, цільова функція містить добуток двох невідомих величин (оптимальної ціни одиниці продукції та оптимальної кількості відповідного виду продукції), а отже є нелінійною.

Вирішення задач оптимального виробничого планування із урахуванням умови невизначеності та ризику, що вимагає введення нелінійної функції в систему обмежень, а мінімізація ризику досягається за рахунок дослідження математичної моделі з нелінійною цільовою функцією.

Знаходження методом множників Лагранжа оптимального плану виробництва продукції, який за умови задоволення попиту потребує найменших витрат, пов'язаних із собівартістю продукції, що описується нелінійною функцією.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1, 3- 5, 7.

*Додатковий:* 10, 13.

*Інтернет-джерела:* 16-18.

### **Тема 10. Задачі і методи динамічного програмування**

Постановка задачі динамічного програмування. Принципи динамічного програмування. Перевірка умов динамічного програмування.

Принцип оптимальності Беллмана. Визначення критерію оптимальності Беллмана. Побудова функціонального рівняння Беллмана. Приклади задач динамічного програмування. Задача оптимальної заміни обладнання. Визначення стратегій вибору альтернатив. Задача розподілу фінансових ресурсів.

Вирішення задач оптимального розподілу інвестицій, задач заміни обладнання, задач оптимального управління поставками ресурсів, задач динаміки виробництва і створення запасів.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1, 3-5, 7, 8.

*Додатковий:* 15.

*Інтернет-джерела:* 17, 18.



## **Тема 11. Економетричні методи та моделі**

Економетрія. Її основні задачі. Кореляційний та регресійний зв'язок між економічними показниками. Етапи побудови економетричної моделі. Парна лінійна регресія. Умови Гаусса-Маркова. Схема використання МНК. Економетричний аналіз функції парної лінійної регресії.

Множинна лінійна регресія. Числові характеристики емпіричної функції множинної регресії. Довірчі інтервали для теоретичних параметрів та функції множинної регресії. Перевірка статистичної значущості параметрів та загальної якості множинної регресії. Мультиколінеарність: її суть та наслідки. Виявлення ознаки мультиколінеарності в моделі та методи її усунення.

Нелінійні моделі. Поліноміальна модель. Гіперболічна модель. Виробнича функція Кобба-Дугласа.

Часові ряди, особливості їх дослідження. Основні числові характеристики часових рядів. Згладжування (фільтрація) часових рядів. Ковзні середні та автокореляція. Тренд та його вплив на кореляційний зв'язок між часовими рядами. Аналітичне вирівнювання часових рядів. Поняття стаціонарного числового ряду, його основні числові характеристики. Автокореляційна функція.

Вирішення задач дослідження впливу чинників ринкового середовища на результуючий фактор діяльності суб'єкту ринку шляхом побудови парної та множинної лінійної регресії та оцінки тісноти зв'язку між досліджуваними параметрами.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 8, 9.

*Додатковий:* 13.

*Інтернет-джерела:* 16.

## **Тема 12. Аналіз та управління ризиком в економіці**

Ризик, невизначеність та конфліктність розвитку соціально-економічних процесів. Концептуальні засади ризикології. Класифікація економічних ризиків. Системний аналіз ризику в економіці. Основні принципи управління економічним ризиком. Загальні підходи до зниження ступеня економічного ризику.

Загальні підходи до кількісного оцінювання ступеня ризику. Ймовірність як один із підходів до оцінювання ступеня ризику. Інгредієнт економічного показника. Кількісні показники ступеня ризику в абсолютному вираженні. Кількісні показники ступеня ризику у відносному вираженні.

Вирішення задач якісного аналізу ризику підприємств різної форми власності і сфер діяльності, розробки підходів щодо зниження ступеня ризику.

Вирішення задач вибору інвестиційного проекту на основі проведення кількісного аналізу ризику за допомогою абсолютних і відносних показників.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 8, 9.

*Додатковий:* 11.

*Інтернет-джерела:* 18.

## 5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

### Основний

1. Боровик О. В. Дослідження операцій в економіці : Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / О. В. Боровик, Л. В. Боровик. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 423с.
2. Дослідження операцій: Методичні рекомендації до самостійної роботи студентів / Каф. вищої та прикладної математики; уклад. С.В. Білоусова, Ю.А. Гладка, Т.В. Ковальчук та ін. – Київ : КНТЕУ, 2008. – 54 с.
3. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій / Ю. П. Зайченко. – Київ: Видавничий Дім «Слово», 2006. – 688 с.
4. Кутковецький, В. Я. Дослідження операцій: Навч.посібник для студентів вищих навч. закладів / В. Я. Кутковецький. – К. : Професіонал, 2004. – 350с.
5. Наконечний С.І. Математичне програмування / С. І. Наконечний, С. С. Савіна.– К.: КНЕУ, 2005.– 452 с.
6. Охріменко, М. Г. Дослідження операцій: Навч. посібник для студентів вищих навч.закладів / М. Г. Охріменко, І. Ю. Дзюбан. – К. : Центр навчальної літератури, 2006. – 182с.
7. Ульянченко, О. В. Дослідження операцій в економіці: Підручник для студентів вузів / О. В. Ульянченко. – Х. : Гриф, 2003. – 578с.
8. Чемерис, А. Методи оптимізації в економіці: Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / А. Чемерис, Р. Юринець, О. Мицишин. – К. : Центр навчальної літератури, 2006. – 150с.
9. Яремчук С. І. Математичні методи дослідження операцій в прикладах: Навчальний посібник / С. І. Яремчук. – Житомир: ЖІТІ, 2002. - 264 с

### Додатковий

10. Геселева Н.В. Застосування теоретико-ігрового підходу для визначення оптимальної структури портфеля інноваційних проєктів / Н.В. Геселева. – Новое в экономической кибернетике, Донецьк, №2, 2009. – С.14-27
11. Геселева Н.В. Економетричні підходи до моделювання інноваційних процесів / Н.В. Геселева. – Формування ринкових відносин в Україні, Київ, №10 (125), 2011. – С.82-89
12. Геселева Н.В., Діброва О.В. Оптимальне управління підприємством як запорука його конкурентоспроможності / Н.В. Геселева, О.В. Діброва. – Вісник КНУТД, №4(66), 2012. – С.186-191
13. Геселева Н.В., Корецький С.Л. Аналізування ризиків інвестиційно-інноваційних проєктів методами частотного аналізу / Н.В. Геселева, С.Л. Корецький. – Вісник КНУТД, №5, 2010. – С.19-24
14. Редько М.В., Геселева Н.В., Лугиня Р.О. .Оптимізація виробничих процесів з використанням інформаційних технологій / М.В. Редько, Н.В. Геселева, Р.О. Лугиня. – Технології та дизайн . – 2016, №2(19). – Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/td\\_2016\\_2\\_16](http://nbuv.gov.ua/UJRN/td_2016_2_16)
15. Геселева Н.В., Мельник Н.В. Дослідження чинників розвитку інноваційно-знаннєвої економіки / Н.В. Геселева, Н.В. Мельник . – Вісник КНУТД, №5(91), 2015. – С. 40-45
16. Геселева Н.В., Степанов В.Г. Сучасні підходи до зниження кредитних ризиків / Н.В. Геселева, В.Г. Степанов – Вісник КНУТД, №4(113), 2017. – С. 57-63
17. Naidu N. V. R. Operations Research / N. V. R. Naidu, G. I. K. Rajendra. – International Pvt Ltd, 2010. – 180 p.
18. Rajagopal K. Operations research / K. Rajagopal. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2012. – 608 p.
19. Shah N. H. Operations research / N. H. Shah, R. M. Gor, H. Soni. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2007. – 576 p.
20. Sharma A. Operations Research / A. Sharma. – Himalaya Publishing House, 2009. – 454 p.

21. Sharma J. K. Operations Research: Theory and Applications / J. K. Sharma. – Macmillan Publishers India Limited, 2009. – 976 p.
22. Sivarethinamohan R. Operations Research: Core business program / R. Sivarethinamohan. – Tata McGraw-Hill Education, 2008. – 596 p.

\* Курсивом виділені джерела, що є у бібліотеці КНТЕУ

*Internet-ресурси*

23. Naidu N. V. R. Operations Research / N. V. R. Naidu, G. I. K. Rajendra. – International Pvt Ltd, 2010. – 180 p.
24. Rajagopal K. Operations research / K. Rajagopal. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2012. – 608 p.
25. Sharma J. K. Operations Research: Theory and Applications / J. K. Sharma. – Macmillan Publishers India Limited, 2009. – 976 p