

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**
СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ
Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої освіти
сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015

Кафедра вищої та прикладної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО
вченою радою
(пост. п. 6 від « 17 » *листопада* 2020 р.)
Ректор
 А. А. Мазаракі



**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА
СТАТИСТИКА/
PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL
STATISTICS**

**РОБОЧА ПРОГРАМА /
COURSE OUTLINE**

освітній ступінь	бакалавр / bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології / Information Technologies
спеціальність	124 Системний аналіз / System analysis
спеціалізація	Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science) / Information technologies and business intelligence (Data Science)

Київ 2020

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
заборонено**

Автори: С.С. КАРТАШОВА, доктор біол. наук, професор, кандидат
фіз. - математичних наук, доцент
С.В. БІЛОУСОВА, кандидат фіз. - математичних наук, доцент

Робочу програму розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та
прикладної математики 17 листопада 2020 р., протокол № 2.

Рецензенти: О.К. ЩЕТІНІНА, доктор фіз. – матем. наук, професор,
зав. кафедри вищої та прикладної математики,
А.А. РОСКЛАДКА, доктор екон. наук професор,
зав. кафедри цифрової економіки та системного аналізу

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА
СТАТИСТИКА/
Probability theory and mathematical statistics**

**РОБОЧА ПРОГРАМА/
COURSE OUTLINE**

освітній ступінь	бакалавр	/	bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології	/	Information technology
спеціальність	124 Системний аналіз	/	System analysis
освітня програма	Інформаційні технології та бізнес-аналітика (Data Science)	/	Information Technology and Business Analytics (Data Science)

І. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Назва теми	Кількість годин				
	Всього годин/ кредитів	лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Форми контролю
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей	10	2	2	6	Т О
Тема 2. Класичний, статистичний та геометричний підходи до означення ймовірностей	15	2	2	11	Т О
Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєсса	15	2	2	11	АКР
Тема 4. Моделі повторних випробувань. Граничні теореми Муавра-Лапласа, Бернуллі та Пуассона	12	2	2	8	ДКР Т
Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики	12	2	2	8	ІДЗ О
Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики	12	2	2	8	ІДЗ О
Тема 7. Найважливіші абсолютно неперервні розподіли, їх властивості та числові характеристики	12	2	2	8	ІДЗ Т

Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні	12	2	2	8	ДКР
Тема 9. Випадкові послідовності. Граничні теореми.	10	2	2	6	ДКР
Тема 10. Елементи теорії випадкових процесів та теорії масового обслуговування	10	2	2	6	ІДЗ
Тема 11. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки	10	2	2	6	ДКР, О, Т
Тема 12. Методи параметричної та непараметричної оцінки параметрів	15	2	2	11	ІЗ, ДКР
Тема 13. Методи перевірки статистичних гіпотез	15	2	2	11	О, ІЗ, АКР
Тема 14. Елементи дисперсійного та регресійного аналізу. Поняття про факторний та кластерний аналіз даних статистичних спостережень	20	2	2	16	ІЗ Т
Разом	180/6	28	28	124	
<i>Підсумковий контроль – Екзамен /письмово</i>					

Скорочення: ДКР – домашня контрольна робота, О – опитування, ІЗ – індивідуальне домашнє завдання, АКР – аудиторна контрольна робота, Т – тестування.

2. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ (СЕМІНАРСЬКИХ), ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год.
<p>Знати: основні принципи побудови ймовірнісного простору як математичної моделі стохастичного експерименту; проведення операцій з випадковими подіями</p> <p>Вміти: будувати ймовірності на дискретному просторі</p>	<p style="text-align: center;">Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей</p> <p><i>Лекція 1. Основні поняття теорії ймовірностей</i></p> <p>1. <i>Предмет та методи теорії ймовірностей.</i></p> <p>2. <i>Стохастичний експеримент: роль та місце при моделюванні соціально-економічних та природно-виробничих процесів, математична модель.</i></p> <p>3. <i>Випадкові події, операції над ними.</i></p> <p>4. <i>Елементи комбінаторики.</i></p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 3, 5. Додатковий: 6, 7.</p> <p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо</p> <ul style="list-style-type: none"> - ознайомитися з методами дослідження наслідків стохастичного експерименту, його роль та місце при моделюванні соціально-економічних та природничих процесів - вивчити основні означення, класифікацію основних концепцій побудови світового простору; 	2
	-----	-----

	<p>- розібрати основні поняття комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, перестановки, розміщення, сполучення та спосіб їх обчислення в середовищі MS Excel;</p> <p>- повторити основні поняття теорії множин.</p> <p>Практичне застосування:</p> <p>- візуалізація результатів побудови простору елементарних подій та дій з випадковими подіями засобами MS Office.</p> <p>-----</p> <p>Практичне заняття 1. Побудова математичних моделей стохастичних експериментів.</p>	<p>-----</p> <p>2</p>
<p>Вміти: знаходити адекватний даним підхід до визначення ймовірностей; обчислювати ймовірності випадкових подій за класичним, статистичним та геометричним означенням.</p>	<p>Тема 2. Класичний, статистичний та геометричний підходи до означення ймовірностей.</p> <p><i>Лекція 2. Класичне означення ймовірностей.</i></p> <p>1. Ймовірність на дискретному просторі елементарних наслідків стохастичного експерименту.</p> <p>2. Геометричні ймовірності, діаграми Ейлера-В'єна. Задача про зустріч</p> <p>3. Статистичні ймовірності.</p> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 3, 4, 5. Додатковий: 6, 7.</p> <p>-----</p> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p>	<p>2</p> <p>-----</p> <p>11</p>

	<p>- вивчити принцип обчислення кількості неподільних наслідків у просторі елементарних подій з використанням «схеми урн»;</p> <p>- повторити методи обчислення площ фігур в R^2, об'ємів (площ поверхонь) тіл в R^3 із застосуванням інтегрального числення ([4] с.555).</p> <p>Практичне застосування: виконати ІЗ на обчислення ймовірностей за класичною схемою з використанням функцій COMBIN та FACT в середовищі MS Excel.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 2. Обчислення ймовірностей випадкових подій в експериментах, що задовольняють класичній схемі. Обчислення ймовірностей з використанням діаграм Ейлера-В'єна.</p> <hr/> <p>Лекція 2. Аксиоматика теорії ймовірностей</p> <p><i>1. Простір елементарних подій. Алгебри та σ - алгебри випадкових подій. Елементи теорії міри.</i></p> <p><i>2. Аксиоматичний підхід до побудови ймовірнісного простору, система аксіом А.М. Колмогорова.</i></p> <p><i>3. Властивості ймовірностей. Теорема додавання випадкових подій, визначених на одному ймовірнісному просторі, та неперервності.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 3, 4, 5. Додатковий: 6, 7.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів: Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p>	<p style="text-align: center;">2</p> <hr/> <p style="text-align: center;">11</p>
--	---	--

	<p>- усвідомити положення при яких можливо застосовувати статистичне означення ймовірностей.</p> <p>Практичне застосування:</p> <p>- опрацювати на вказаних прикладах (ІЗ) аксіоматичний підхід А.М. Колмогорова та його застосування до побудови імовірнісного простору за наслідками стохастичного експерименту;</p> <p>- розглянути задачу Бюффона (статистична оцінка числа π) та парадокс Бертрана як результат практичного застосування різних підходів до побудови імовірнісного простору ([3] с.15).</p> <p>-----</p> <p>Практичне заняття 2. Обчислення імовірностей подій.</p>	
<p>Вміти: обчислювати умовні ймовірності та користуватися теоремою добутку, зокрема, для встановлення незалежності випадкових подій. Коректне будівництво повної групи гіпотез при аналізі наслідків</p>	<p>Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса</p> <p><i>Лекція 3. Умовна ймовірність. Незалежність у сукупності n випадкових подій</i></p> <p><i>1. Означення умовної ймовірності. Теорема добутку для двох випадкових подій.</i></p> <p><i>2. Поняття попарної незалежності випадкових подій.</i></p> <p><i>3. Незалежність випадкових подій у сукупності та теорема добутку для них.</i></p> <p><i>4. Встановлення незалежності (залежності) двох та більше ознак досліджуваного явища за допомогою умовних ймовірностей. Приклади розв'язання типових задач</i></p>	<p>2</p>

<p>стохастичного експерименту та знаходити їх апіорні ймовірності. Користуватися формулою повної ймовірності при обчисленні ймовірностей подій. Знаходити апостеріорні ймовірності за формулами Байєсса.</p>	<p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4, 5. Додатковий: 6, 7, 9.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p> <ul style="list-style-type: none"> - вивчити означення умовної ймовірності; - засвоїти застосування теореми добутку для декількох довільних подій; - розібратися у різниці між попарною незалежністю та незалежністю у сукупності щодо випадкових подій. - приклад С. Бернштейна про різницю між попарною незалежністю та незалежністю у сукупності ([3] с.21). <p>Практичне застосування: виконати ІЗ на обчислення умовних ймовірностей та на встановлення незалежності (залежності) випадкових подій з використанням MS Excel.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 3. Розв'язання типових задач з використанням умовної ймовірності, теорем добутку для декількох випадкових подій.</p> <hr/> <p style="text-align: center;"><i>Лекція 3. Формули повної ймовірності та Байєсса.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Повна група гіпотез. Приклади побудови. Властивості. 2. Формула повної ймовірності. 3. Апіорні та апостеріорні ймовірності гіпотез. 4. Формули Байєса. 	<hr/> <p style="text-align: center;">11</p> <hr/> <p style="text-align: center;">2</p> <hr/>
--	--	--

5. Принципи використання байєсовського підходу при послідовній процедурі прийняття рішень.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2, 4, 5.

Додатковий: 6, 7, 9.

Самостійна робота студентів:

Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:

- опанувати основними методами побудови повної групи подій, або гіпотез;
- розібрати метод обчислення ймовірностей випадкових подій в умовах невизначеності за формулою повної ймовірності;
- вивчити формули Байєсса для обчислення апостеріорних ймовірностей гіпотез та сформулювати поняття байєсовського підходу до прийняття статистичних рішень.

Практичне застосування: виконати ДЗ на обчислення ймовірностей випадкових подій з використанням формули повної ймовірності та на знаходження апостеріорних ймовірностей гіпотез з використанням MS Excel.

Практичне заняття 3.

Побудова повної група гіпотез в практичних задачах дослідження стохастичних експериментів. Застосування формула повної ймовірності. Обчислення апостеріорних ймовірностей гіпотез. Байєсовський підхід.

11

<p>Знати: задачі, до розв'язування яких можна застосовувати схему Бернуллі</p> <p>Вміти: подавати структуру стохастичних експериментів через модель повторних незалежних випробувань; знаходити найвірогідніше число подій, шукані ймовірності.</p>	<p align="center">Тема 4. Моделі повторних випробувань. Граничні теореми Муавра-Лапласа, Бернуллі та Пуассона</p> <p>Лекція 4.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. 2. Розподіл числа успіхів в n стохастичних експериментах. Найвірогідніше число успіхів. 3. Локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. 4. Теореми Бернуллі та Пуассона при дослідженні «рідкісних» подій <p align="center">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 3, 5. Додатковий: 6, 7, 8, 9.</p> <hr/> <p align="center">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - повторити (пригадати) означення невласного інтегралу I роду, зокрема інтегралу Ейлера-Пуассона.</p> <p>Практичне застосування: виконати ДКР на обчислення: - наближеної ймовірності вказаних подій (індивідуальне завдання) з використанням граничних теорем та за допомогою функції NORM.DIST, POISSON.DIST в MS Excel.</p> <hr/> <p align="center">Практичне заняття 4.</p> <p>Обчислення точних значень біноміальних ймовірностей та найвірогіднішого числа успіхів при проведенні незалежних випробувань за схемою Бернуллі. <i>Наближені методи обчислення біноміальних</i></p>	<p align="center">2</p> <hr/> <p align="center">8</p> <hr/> <p align="center">2</p>
---	--	---

	ймовірностей за теоремами Муавра-Лапласа та їх точність при залученні функції <i>NORM.DIST</i> в MS Excel. «Рідкісні» події. Формула Пуассона: приклади задач та розрахунки за допомогою функції <i>POISSON.DIST</i> в MS Excel.	
Знати: найважливіші дискретні розподіли: вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, геометричний розподіл.	Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики Лекція 7. 1. Означення випадкових величин та їх класифікація. 2. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Таблиця та полігон розподілу. 3. Числові характеристики розподілу, їх властивості. 4. Основні закони дискретних розподілів (вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, геометричний розподіл) формальне визначення, числові характеристики та графічне представлення.	2
Вміти: будувати закони розподілу дискретних випадкових величин та обчислювати їх	Список рекомендованих джерел: Основний: 1, 4, 5. Додатковий: 6, 8, 9. ----- Самостійна робота студентів: Теоретичні положення: - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - ознайомитися (керівництво користувача, або HELP) з роботою модуля описові статистики пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel. Практичне застосування: виконати, з використанням MS Excel, ІДЗ на обчислення (таблиця розподілу, числові характеристики) заданої	8

<p>числові характеристики; визначати економічний зміст числових характеристик, надавати їм відповідну інтерпретацію.</p>	<p><i>дискретної випадкової величини та розподілу ймовірностей числа успіхів при проведенні n незалежних випробувань з використанням біноміального розподілу в середовищі MS Excel (функція BINOM.DIST ($B(n,p)$) та визначити їх найвірогідніше число.</i></p> <p>-----</p> <p>Практичне заняття 5.</p> <p>Знаходження закону розподілу дискретної випадкової величини, побудова полігону розподілу, числові характеристики розподілу ймовірностей: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.</p> <p><i>Таблиця та полігон розподілу, їх представлення в середовищі MS Excel. Використання найважливіших дискретних розподілів (вироджених, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, геометричний розподіл) для розв'язання типових практичних задач в MS Excel за допомогою функцій BINOM.DIST, NEGBINOM.DIST, HYPGEOM.DIST.</i></p>	<p>-----</p> <p>2</p>
<p>Вміти: будувати функцію розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин загального типу; знаходити щільність</p>	<p><i>Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.</i></p> <p><i>Лекція 6.</i></p> <p><i>1. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості.</i></p> <p><i>2. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості.</i></p> <p><i>3. Перетворення випадкових величин. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин.</i></p> <p><i>4. Характеристична та виробляюча функції. Квантілі.</i></p>	<p>2</p>

<p>розподілу ймовірностей та числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин.</p>	<p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4, 5. Додатковий: 5, 6, 9.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - повторити основи диференціального та інтегрального числення функції однієї змінної ([4] с. 113, 191). <p>Практичне застосування: виконати ІЗ на</p> <ul style="list-style-type: none"> - використання функції розподілу при розв'язанні типових прикладів на обчислення ймовірностей вказаних подій; - знаходження щільності розподілу абсолютно неперервних випадкових величин та їх основних числових характеристик, означених в лекційному матеріалі. <hr/> <p style="text-align: center;">Практичне заняття 6.</p> <p>Знаходження та дослідження функцій розподілу та щільності неперервної випадкової величини. <i>Приклади розв'язання типових задач на побудову функції та щільності розподілу, обчислення їх характеристик засобами MS Excel.</i></p>	<p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">8</p> <p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">2</p>
<p>Вміти: застосовувати найважливіші параметричні розподіли при вирішенні</p>	<p style="text-align: center;">Тема 7. Найважливіші абсолютно неперервні розподіли, їх властивості та числові характеристики</p> <p>Лекції 7.</p> <p>1. Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики.</p>	<p style="text-align: center;">2</p>

<p>практичних задач.</p>	<p>2. Показниковий (експоненціальний) закон розподілу. Властивість відсутності післядії.</p> <p>3. Нормальний закон розподілу ймовірностей, його стандартне представлення та правило трьох σ.</p> <p>4. Розподіли χ-квадрат, Стюдента та Фішера: квантілі, ступені свободи та їх зв'язок з нормальним розподілом.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 2, 3, 5. Додатковий: 6-9.</p> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - розглянути можливість візуалізації найважливіших розподілів з використанням функцій <i>RAND</i>, <i>EXPON.DIST</i>, <i>GAMMA.DIST</i>, <i>NORM.DIST</i>, <i>PHI</i>, <i>WEIBULL.DIST</i>, <i>LOGNORM.DIST</i>, <i>T.DIST</i>, <i>CHIQ.DIST</i>, <i>F.DIST</i> в середовищі <i>MS Excel</i>. Гамма-розподіл. Розподіл Вейбулла. Логарифмічно-нормальний розподіл. <p>Практичне застосування. Виконати ДЗ на використання рівномірного, експоненціального та нормального розподілів при розв'язанні прикладних задач, згідно з отриманим індивідуальним завданням.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Практичне заняття 7.</p> <p>Типові задачі на застосування рівномірного закону розподілу.</p> <p>Показниковий закон розподілу. Властивість відсутності післядії. Функція надійності.</p>	<p style="text-align: center;">8</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">2</p>
--------------------------	--	---

	<p>Практичне заняття 7. <i>Приклади розв'язання практичних задач з використанням нормального та пов'язаних з ним законів розподілу за допомогою функції NORM.DIST та ін. в середовищі засобами MS Excel. Правило трьох сигм та його застосування.</i></p>	
<p>Знати: основні принципи побудови сумісного розподілу компонент випадкового вектора.</p> <p>Вміти: знаходити маргінальні та умовні числові характеристики випадкового вектора.</p>	<p>Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Лекція 8. 1. <i>Означення випадкового вектора: сумісний, маргінальний та умовний закони розподілу ймовірностей його компонент.</i> 2. <i>Безумовні, умовні та маргінальні числові характеристики системи дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин.</i> 3. <i>Коваріація та коефіцієнт кореляції як міра залежності двох випадкових величин: визначення, властивості, обчислення.</i></p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 5. Додатковий: 6-9.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: навчитися знаходити закони розподілу ймовірностей (сумісний, маргінальні, умовні) та відповідні числові характеристики випадкового двомірного випадкового вектора як дискретного, так і абсолютно неперервного типу.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на обчислення числових характеристик випадкових векторів.</p>	<p style="text-align: center;">2</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">8</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/>

	<p>-----</p> <p>Практичне заняття 8. Побудова сумісного та маргінальних законів розподілу системи з двох випадкових величин. Числові характеристики системи з випадкових величин: маргінальні та умовні. Методи їх обчислення та аналіз. Обчислення коефіцієнтів коваріації та кореляції. Двовірний нормальний розподіл, його числові характеристики та властивості.</p>	<p>2</p>
<p>Здатність отримувати оцінки ймовірностей подій, застосовуючи нерівність Чебишева та її узагальнення. Використовувати ЗВЧ та ЦГТ при аналізу даних статистичних спостережень.</p>	<p style="text-align: center;">Тема 9. Випадкові послідовності. Граничні теореми.</p> <p>Лекція 9. 1. Теореми Чебишева, Маркова, та Бернуллі. 2. Види збіжності послідовностей випадкових величин: за ймовірністю, майже напевне, за розподілом. 3. Закони великих чисел, умови їх виконання та значення при побудові точкових статистичних оцінок. 4. Центральна гранична теорема – теоретична база для побудови інтервальних статистичних оцінок.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 3, 5. Додатковий: 6, 7.</p> <p>-----</p> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів: Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо: - розібрати різні види збіжності випадкових величин: за ймовірністю, майже напевне, слабка збіжність;</p>	<p style="text-align: center; vertical-align: top;">2</p> <p style="text-align: center; vertical-align: bottom;">7</p>

	<p>- опрацювати основні типи задач на застосування нерівності Чебишева, ЗВЧ, ЦГТ.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на обчислення верхніх та нижніх границь оцінки ймовірностей випадкових подій за узагальненою нерівністю Чебишева щодо відхилень випадкових величин від середнього (математичного очікування).</p> <p>-----</p> <p>Практичне заняття 9.</p> <p>Приклади використання нерівностей Маркова, Чебишева та Бернуллі у прикладних задачах при оцінки ймовірностей відхилень частотних характеристик від теоретичних.</p> <p>Основні стандартні методи перевірка умов виконання закону великих чисел та центральна гранична теорема. Приклади застосування.</p>	<p>6</p> <p>-----</p> <p>2</p>
<p>Знати: означення випадкового процесу.</p> <p>Вміти: знаходити коваріаційну та кореляційну функції та застосовувати властивості потоків випадкових подій при розв'язанні</p>	<p>Тема 10. Елементи теорії випадкових процесів та теорії масового обслуговування</p> <p>Лекція 10. Випадкові процеси.</p> <p><i>1. Визначення випадкового процесу. Стаціонарні та ергодичні випадкові процеси та їх характеристики.</i></p> <p><i>2. Марківські процеси.</i></p> <p><i>3. Ланцюги Маркова з дискретним та неперервним часом.</i></p> <p>Лекція 10. Теорія черг (масового обслуговування)</p> <p><i>1. Поняття про випадковий потік подій. Найпростіший потік: Пуассонівський процес.</i></p> <p><i>2. Основні поняття теорії масового обслуговування. Марківські системи масового обслуговування.</i></p> <p><i>3. Класифікація систем масового обслуговування.</i></p>	<p>2</p>

<p>задач щодо систем масового обслуговування.</p>	<p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 5. Додатковий: 7, 8, 9.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - повторити звичайні диференціальні рівняння ([4] с. 225) ; - повторити теорію матриць. <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на застосування харківських процесів та пуассонівського потоку подій в системах масового обслуговування.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p>Практичне заняття 10. Випадкові процеси та випадкові послідовності. Основні поняття та означення. Стаціонарні та ергодичні випадкові процеси. Функція кореляції та її властивості. Ланцюги Маркова з дискретним та неперервним часом. Визначення та класифікація станів за асимптотичною властивістю перехідних ймовірностей. Випадковий потік подій. Найпростіший потік та Пуассонівський процес.</p> <p>Практичне заняття 10. Марківські системи масового обслуговування. Системи масового обслуговування з відмовами.</p>	<p style="text-align: center;">6</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">2</p>
---	---	---

<p>Знати: основні положення вибіркового методу.</p> <p>Вміти: будувати емпіричну функцію розподілу, гістограму та вибіркові моменти за даними статистичного спостереження; оцінювати невідомі параметри розподілу даних за методом моментів та максимальної вірогідності; користуватися</p>	<p align="center">Тема 11. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки</p> <p>Лекція 11.</p> <p><i>1. Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл. Означення статистичної оцінки.</i></p> <p><i>2. Незміщеність, конзистентність та асимптотична нормальність статистичних оцінок теоретичних характеристик невідомих розподілів досліджуваних ознак.</i></p> <p><i>3. Емпірична функція розподілу та гістограма. Вибіркові моменти та їх властивості.</i></p> <p><i>4. Груповані дані вибіркового спостереження.</i></p> <p align="center">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 5. Додатковий: 6, 8, 9.</p> <hr/> <p align="center">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - опрацювати керівництво користувача щодо застосування модуля «Описові статистики» пакету «Аналіз даних» (середовище MS Excel) для обчислення статистичних (вибіркових) оцінок. <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на побудову емпіричної функції розподілу та гістограми за результатами вибіркового спостереження та</p>	<p align="center">2</p> <p align="center">-----</p> <p align="center">6</p>

алгоритмом побудови інтервальних оцінок невідомих параметрів розподілу.	<i>обчислити основні статистичні (вибіркові) оцінки з використанням засобів MS Excel</i>	<hr/> 2
Вміти: оцінювати невідомі параметри розподілу даних за методом моментів та максимальної вірогідності; користуватися алгоритмом побудови інтервальних оцінок невідомих параметрів розподілу.	<p style="text-align: center;">Тема 12. Методи параметричної та непараметричної оцінки параметрів</p> <p><i>Лекція 12. Точкові оцінки невідомих параметрів розподілів даних статистичних спостережень</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. <i>Точкові оцінки щодо параметричної та непараметричної сукупності розподілів.</i>2. <i>Методи знаходження оцінок: метод моментів та метод максимальної вірогідності.</i>3. <i>Порівняння точкових оцінок.</i> <p><i>Лекція 13. Інтервальні оцінки невідомих параметрів розподілів даних статистичних спостережень</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. <i>Інтервальні оцінки.</i>2. <i>Загальний алгоритм побудови інтервальних оцінок.</i>3. <i>Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі.</i> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p>	<p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">1</p>

	<p>Основний: 5. Додатковий: 6-9.</p> <p>-----</p> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; Практичне застосування: виконання ІНДЗ з використанням засобів MS Excel на застосування методу моментів та максимальної вірогідності до побудови оцінок невідомих параметрів найважливіших розподілів (біноміальний, Пуассона, рівномірний, показників, нормальний) за наявними даними вибіркового статистичних спостережень.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 12. Методи моментів та максимальної вірогідності. Приклади побудови для найважливіших розподілів. Практичне заняття 12. Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі, їх практична побудова для наявних даних статистичних спостережень за допомогою функцій CONFIDENCE.NORM та CONFIDENCE.T в середовищі MS Excel.</p>	<p>-----</p> <p style="text-align: center;">11</p> <p>-----</p> <p style="text-align: center;">2</p>
<p>Знати: загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Вміти: визначати рівень</p>	<p style="text-align: center;">Тема 13. Методи перевірки статистичних гіпотез</p> <p><i>Лекції 14.</i> 1. Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез та потужність критерію. 2. Критерії узгодженості: Колмогорова- Смірнова; Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність.</p>	<p style="text-align: center;">2</p>

<p>значущості та потужність застосованого до наявних даних спостережень статистичного критерію.</p>	<p>3. Критерій Стьюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій.</p> <p>4. Критерій χ^2-квадрат про єдину дисперсію для нормальної статистичної моделі.</p> <p>5. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій для нормальної статистичної моделі.</p> <p>6. Медіанний непараметричний критерій. Критерії знаків та пар. Умови застосування.</p> <p>7. Непараметричні критерії некорельованості. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кендала.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 5. Додатковий: 6-9.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: згідно з матеріалом лекції та рекомендованих джерел розібрати та вивчити алгоритм перевірки статистичних гіпотез; засвоїти зв'язок між рівнем значущості та потужністю статистичного критерію (типи помилок при застосуванні статистичних критеріїв) та реальні способи керування ними.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на перевірку статистичних гіпотез про узгодженість розподілів, середнє та дисперсію.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 13. Критерії щодо перевірки значень середнього та дисперсії. Критерій узгодженості даних статистичних спостережень певному розподілу. Критерій перевірки взаємозалежності.</p>	<p style="text-align: center;">----- 11 -----</p> <p style="text-align: center;">----- 2 -----</p>
---	--	--

	<p>Практичне заняття 13. Медіанний критерій, критерії знаків та пар. Непараметричні критерії некорельованості: коефіцієнти Кендала та Спірмена. Критерій перевірки взаємозалежності. Дисперсійний аналіз за однією та двома ознаками: алгоритм застосування та проведення у середовищі MS Excel із застосуванням пакету «Аналіз даних».</p>	
<p>Знати: умови та доцільність застосування дисперсійного аналізу. Вміти: проводити необхідні обчислення за даними статистичних спостережень із залученням пакетів прикладних програм (ППП), інтерпретувати отримані результати,</p>	<p>Тема 14. Елементи дисперсійного та регресійного аналізу даних спостережень. Поняття про факторний та кластерний аналіз</p> <p><i>Лекція 15. Елементи одно - факторного та двох факторного дисперсійного аналізу даних спостережень.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Постановка задачі, основні положення та сфери застосування дисперсійного аналізу 2. Дисперсійний аналіз за однією ознакою для перевірки рівності декількох середніх. 3. Непараметричний критерій Краскала-Уоліса для декількох незалежних вибірок. 4. Дисперсійний аналіз за двома ознаками для залежних (парних) вибірок перевірки рівності декількох середніх. 5. Непараметричний дисперсійний аналіз Фрідмана за двома ознаками для залежних вибірок. <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 2. Додатковий: 6-9.</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p>	<p style="text-align: center;">2</p> <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> <p style="text-align: center;">16</p>

<p>робити адекватні статистичні висновки.</p>	<p>Теоретичні положення: опрацювати матеріал лекції з використанням рекомендованих джерел, особливу увагу звернути на документацію щодо структури та функцій основних модулів пакету прикладних програм «Statistica-6», тобто опрацювати основні положення керівництва користувача</p> <p>Практичне застосування: виконання ІНДЗ з використанням ППП «Statistica-6».</p> <p>-----</p> <p>Практичне заняття 14. Покроковий алгоритм реалізації однофакторного параметричного дисперсійного аналізу: форма запису даних, статистична модель, гіпотези, критична область, обчислення критеріальної статистики. Типові приклади застосування. Побудова таблиці однофакторного дисперсійного аналізу (ANOVA) із використанням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel. Практичні приклади та інтерпретація результатів (статистичні висновки). Загальна процедура застосування параметричного та непараметричного (за Фрідманом) двохфакторного дисперсійного аналізу для парних вибірок. Практичні приклади розв'язання із використанням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.</p>	<p>-----</p> <p>2</p>
<p>Знати: побудову моделі парної регресії, оцінювати її коефіцієнти за методом</p>	<p>Лекція 16. Елементи регресійного аналізу даних спостережень.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Постановка задачі регресійного аналізу у вибіркових дослідженнях. Апроксимаційні моделі. 2. Визначення параметрів апроксимуючих функцій за методом найменших квадратів. Визначення рівнянь лінійної регресії. 	<p>2</p>

<p>найменших квадратів, перевіряти їх на значущість та знаходити прогноз в межах зміни фактору впливу (пояснювальної змінної), проводити всі необхідні розрахунки в середовищі пакетів прикладних програм (ППП).</p>	<p><i>3. Критерій Фішера перевірки адекватності моделі. Оцінка значущості параметрів регресії.</i></p> <p><i>4. Інтервальний прогноз на основі лінійного рівняння регресії.</i></p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 2. Додатковий: 6-9.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: опрацювати матеріал лекції зі використанням рекомендованих джерел, особливу увагу звернути на документацію щодо структури та функцій модулю «регресія» пакету прикладних програм «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІНДЗ на застосування регресійного аналізу до наявних даних спостережень з використанням ППП «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 14. Апроксимаційні моделі регресійного аналізу. Метод найменших квадратів: обчислювальні формули для оцінки параметрів вибраної статистичної моделі. Побудова лінії регресії, інтервальні оцінки параметрів, перевірка на значущість виявленого тренду. Прогноз в межах змін пояснювальної ознаки. <i>Практичні приклади розв'язання із залученням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel</i></p>	<p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">2</p> <p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">2</p>
--	--	---

<p>Знати: умови та доцільність застосування факторного та кластерного аналізу до обробки статистичної інформації (даних спостережень).</p> <p>Вміти: проводити підтверджуючий, висунутим гіпотезам, аналіз за адекватними даним спостережень статистичними моделями із залученням пакетів прикладних програм (ППП).</p>	<p>Лекція 17. Поняття про факторний та кластерний аналіз</p> <p>1. Постановка задачі, основні положення та сфери застосування факторного та кластерного аналізу.</p> <p>2. Особливості практичного застосування пакетів прикладних статистичних програм (<i>Statistica, Statgraphic, Epi-Info, «Аналіз даних», тощо</i>).</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 2. Додатковий: 6-9.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: опрацювати матеріал лекції зі використанням рекомендованих джерел, особливу увагу звернути на документацію щодо структури та функцій основних модулів пакету прикладних програм «Statistica-6», тобто опрацювати основні положення керівництва користувача.</p> <p>Постановка задачі, основні положення та сфери застосування факторного та кластерного аналізу.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на застосування факторного чи кластерного аналізу до наявних даних спостережень з використанням інформаційних технологій: доступних пакетів прикладних статистичних програм.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 14.</p> <p>Постановка задачі та типові приклади застосування факторного аналізу. Поняття про метод головних компонент та метод обертань.</p>	<p style="text-align: center;">2</p> <hr/> <p style="text-align: center;">2</p> <hr/> <p style="text-align: center;">2</p>
---	---	---

	Практичні приклади застосування кластерного аналізу.	
Разом		180/6

* - з виділенням курсивом питань, які розглядатимуться із застосуванням інтерактивних методів навчання.

3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник/ В.В. Барковський, Н.В. Барковська, О.К. Лопатін.— К.: Центр учбової літератури, 2010. — 424 с.

2. Голомозий В.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики : навч. посібник / В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. — К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. — 366 с.

3. Донченко В. С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук : навч. посіб. / В. С. Донченко, М. В.-С. Сидоров. — К.: ВПЦ "Київський університет", 2015. — 400 с

4. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посібн. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов. К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.

5. Карташова С.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум. Навч. посібник для студ. вищ. навч. закл. / С.С. Карташова, В.В. Рязанцева. — К.: КНТЕУ, 2012.— 240 с.

ДОДАТКОВИЙ

6. Сеньо П.С. Випадкові процеси: [підручник для студентів ВНЗ] / П.С. Сеньо. — Львів : Компакт, 2006. — 288 с.

7. Suhov, Y. and Kelbert, M. Probability and statistics by example. Vol.2. Markov chains: a primer in random processes and their applications. Cambridge University press, 2008.

8. Карташов М. В. Теорія ймовірностей і математична статистика: підруч. для студ. вищ. навч. закл. / М. В. Карташов. - К. : Київський університет, 2009. - 480 с.

9. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика : Посібник. — - К.: Київський університет, 2008.— 494 с.

Інтернет ресурси

10. STATISTICA Base. [Електронний ресурс] // Режим доступу: http://statsoft.com/products/STATISTICA_Base/

Примітка. Курсивом позначені джерела, які є в бібліотеці КНТЕУ.