

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра вищої та прикладної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою
(пост. пр. від 14 лютого 2018 р.)
Ректор

А.А. Мазаракі



**ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА
ГЕОМЕТРІЯ**

ПРОГРАМА ТА РОБОЧА ПРОГРАМА

освітній ступінь Бакалавр
галузь знань 12 Інформаційні технології
спеціальність 124 Системний аналіз

Київ 2018

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
Заборонено**

Автори: к.ф.-м.н., доцент Денисенко В.І.,
к.ф.-м.н., старший викладач Ружицький І.С.

Розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики, протокол № 9 від 09.04.2018

Рецензенти:

А.А. Роскладка, д. е. н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики КНТЕУ

С.В. Білоусова, к. ф.-м. н., доцент кафедри вищої та прикладної математики КНТЕУ

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

ПРОГРАМА ТА РОБОЧА ПРОГРАМА

освітній ступінь Бакалавр

галузь знань 12 Інформаційні технології

спеціальність 124 Системний аналіз

Автори: ДЕНИСЕНКО Володимир Іванович
РУЖИЦЬКИЙ Ігор Сергійович

ВСТУП

Програму вивчення нормативної дисципліни «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» складено відповідно до структурно-логічної схеми, що передбачено освітньо-професійною програмою підготовки бакалаврів зі спеціальності «Системний аналіз» і охоплює всі змістові модулі, визначені тематичним планом.

Дисципліна «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» покликана допомогти майбутнім фахівцям навчитися формалізувати сучасні фахові задачі і обирати методи їх розв'язування.

Метою вивчення дисципліни є опанування теоретичних знань і набуття практичних навичок з основ лінійної та векторної алгебри, теорії лінійних алгебраїчних рівнянь, аналітичної геометрії, необхідних для досліджень та вивчення важливих задач обробки інформації, а також розробки математичних моделей для вирішення прикладних задач.

1. МЕТА, ЗАВДАННЯ, РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ (КОМПЕТЕНТНОСТІ), ЇЇ МІСЦЕ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ

Дисципліна «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» є нормативною дисципліною навчального плану зі спеціальності «Системний аналіз» і є складовою структурно-логічної схеми, що передбачена освітньо-професійною програмою освітнього ступеня «бакалавр» галузі знань 12 «Інформаційні технології» спеціальності 124 «Системний аналіз».

Мета дисципліни: надати студентам необхідний рівень підготовки з лінійної алгебри та аналітичної геометрії для формування базових знань необхідних для успішного оволодіння методами побудови математичних моделей і забезпечення неперервності освіти в галузі системного аналізу.

Завдання дисципліни:

- ознайомити студентів з поняттям матриці, визначника, діями над ними та основними властивостями;
- навчити застосовувати матриці та визначники до розв'язання задач лінійної алгебри;
- навчити студентів досліджувати та розв'язувати будь-які системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- надати відомості про вектори та дії над ними;
- ознайомити студентів із застосуванням векторів до розв'язування задач;

- надати відомості про криві та поверхні I та II порядків.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- основні поняття лінійної алгебри;
- основні означення теорії матриць та дії з матрицями;
- основні принципи створення систем лінійних алгебраїчних рівнянь, а також методи їх розв'язання;
- основні означення і теореми векторного числення;
- теорію операторів;
- рівняння прямої лінії на площині;
- рівняння прямої і площини у просторі;
- криві та поверхні другого порядку.

Вміти:

- застосовувати методи лінійної алгебри і аналітичної геометрії при розв'язанні професійних завдань;
- знаходити розв'язання будь-яких систем лінійних алгебраїчних рівнянь, застосовувати методи роботи з системами до розв'язання професійних завдань;
- використовувати векторну алгебру при розв'язання геометричних завдань;
- застосовувати теорію операторів для розв'язання поставлених завдань;
- встановлювати границі застосовності методів та вміти перевіряти розв'язок.

На основі дисципліни «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» базуються такі дисципліни: дискретна математика, методи оптимізації та дослідження операцій, програмування та алгоритмічні мови, теорія ймовірностей та математична статистика, економічний аналіз, прогнозування соціально-економічних процесів, моделі і структури даних, теорія систем та системний аналіз, математична логіка і теорія алгоритмів, інженерна та комп'ютерна графіка, глави математичного аналізу, що читаються в другому семестрі.

Викладання дисципліни передбачає читання лекцій і проведення практичних занять, а також регулярну самостійну роботу студентів.

2. Зміст дисципліни

Тема 1. Поняття матриці, їх види та операції над ними

Поняття матриці, її види: квадратні та прямокутні, діагональні, симетричні, трикутні матриці. Лінійні операції над матрицями: сума матриць, множення матриці на дійсне число. Властивості лінійних операцій над матрицями. Добуток матриць. Властивості добутку матриць. Транспонування матриць, властивості матриць. Означення визначника матриці. Мінори, алгебраїчні доповнення. Розклад визначника за рядком. Визначник добутку матриць. Поняття невиродженої матриці, критерії невиродженості матриць. Властивості невироджених матриць. Обернена матриця, її властивості. Метод Гаусса знаходження оберненої матриці. Матричні рівняння. Використання програмних продуктів, що передбачають здійснення операцій над матрицями та визначниками (на прикладі Maple, Mathematica, Mathcad, Matlab). Задачі, що зводяться до використання матриць і визначників.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3

Додатковий: 1-5

Тема 2. Означення та класифікація систем лінійних рівнянь та методи їх розв'язання

Системи лінійних рівнянь. Основні поняття та терміни систем лінійних рівнянь. Еквівалентність систем лінійних рівнянь. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Зведення системи лінійних рівнянь до ступінчастої форми за допомогою елементарних перетворень. Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь. Матричний метод розв'язку систем лінійних рівнянь. Задачі, що зводяться до систем лінійних рівнянь.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1,4,5

Додатковий: 1,3,4,7

Тема 3. Однорідні системи алгебраїчних лінійних рівнянь, фундаментальна система розв'язків

Дослідження структури множини розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної

системи лінійних рівнянь, її властивості. Задачі, що зводяться до систем однорідних алгебраїчних лінійних рівнянь.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 4,5

Додатковий: 1,3,7

Тема 4. Векторні простори

Означення векторного простору. Приклади векторних просторів. Базис і розмірність векторних просторів. Координати вектора. Поняття лінійно незалежної (залежної) системи векторів. Лінійні підпростори: означення і приклади. Розмірність лінійного підпростору. Сума і перетин підпросторів. Пряма сума підпросторів. Практичне використання знань про векторні простори.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3,6

Додатковий: 1,4,5

Тема 5. Оператори у векторних просторах

Лінійні оператори: означення. Дії над лінійними операторами. Простір лінійних операторів, його властивості. Ядро і образ лінійного оператора. Матриця лінійного оператора в заданому базисі лінійного простору. Заміна базису в векторному просторі. Перетворення матриці лінійного оператора при переході до нового базису. Характеристичний многочлен лінійного оператора. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. Алгебраїчна кратність власного числа. Геометрична кратність власного числа. Критерій існування базису, в якому матриця лінійного оператора є діагональною. Практичне використання знань про оператори у векторних просторах.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2-5

Додатковий: 1,3

Тема 6. Аналітична геометрія на площині

Системи координат на площині. Декартова прямокутна система координат. Полярна система координат. Перетворення системи координат. Лінія на площині. Основні означення. Пряма на площині. Різні форми рівнянь прямої. Кут між двома прямими. Умови паралельності й перпендикулярності двох прямих. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.

Алгебраїчні лінії другого порядку на площині. Основні поняття алгебраїчних ліній другого порядку на площині. Коло. Еліпс.

Гіпербола. Парабола. Криві другого порядку. Практичне використання теорії прямих та кривих на площині.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-5

Додатковий: 1-3,5,7

Тема 7. Аналітична геометрія у просторі

Площина у просторі. Різні форми рівнянь площини. Відхилення та відстань точки від площини. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин.

Пряма у просторі Різні форми рівнянь прямої. Кут між двома прямими у просторі. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих. Відстань від точки до прямої у просторі. Відстань між паралельними прямими у просторі. Відстань між перехресними прямими у просторі. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності і перпендикулярності прямої та площини. Загальне рівняння поверхні другого порядку. Поверхні другого порядку. Практичне використання теорії прямих, площин та кривих у просторі.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-5

Додатковий: 1,4-7

3. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Тема	Кількість годин				Форми контролю
	з них				
	Усього годин/ кредитів	Лекції	Практичні заняття/мк	Самостійна робота	
Тема 1. Поняття матриці, їх види та операції над ними	22	6	6	10	О, ДЗ, ДКР
Тема 2. Означення та класифікація систем лінійних рівнянь та методи їх розв'язання	36	8	8	20	Т, ДЗ, ДКР

Тема 3. Однорідні СЛАР, фундаментальна система розв'язків	14	2	2	10	О, ДЗ,
Тема 4. Векторні простори	22	6	6	10	О, ДЗ, ДКР
Тема 5. Оператори в векторних просторах	18	4	4	10	Т, ДЗ, ДКР
Тема 6. Аналітична геометрія на площині	36	8	8	20	О, ДЗ, ДКР
Тема 7. Аналітична геометрія у просторі	32	8	8	16	Т, ДЗ
<i>Підсумковий контроль - екзамен</i>					
Усього	180/6	42	42	96	

Т – тестування; О – опитування; ДЗ – перевірка домашнього завдання; ДКР – домашня контрольна робота; АКР – аудиторна контрольна робота.

4. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Результати навчання	Навчальна діяльність	Робочий час студента, год.	Оцінювання у балах
1	2	3	4
<p>Знати поняття матриць, їх види та операції над ними.</p>	<p style="text-align: center;">Тема 1. Поняття матриці, їх види та операції над ними <i>Лекція 1. Матриці, дії з матрицями.</i></p> <p>1.1. Основні поняття. 1.2. Види матриць. 1.3. Додавання матриць. 1.4. Множення матриці на число. 1.5. Множення матриць.</p> <p style="text-align: center;"><i>Список рекомендованих джерел:</i> Основний: 2, 4, 6 Додатковий: 1-7</p>	2	
<p>Знати поняття визначників, їх види та операції над ними.</p>	<p style="text-align: center;"><i>Лекція 2. Визначники, їх властивості</i></p> <p>2.1. Визначники. Властивості визначників. 2.2. Мінори та алгебраїчні доповнення. 2.3. Розкладання визначника за елементами рядка або стовпця. 2.4. Практичні способи обчислення визначників. Використання програмних продуктів, що передбачають здійснення операцій з матрицями і визначниками (Maple, Mathematica, Mathcad, Matlab).</p>	2	

	<p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4, 6 Додатковий: 1-7</p>		
	<p style="text-align: center;">Лекція 6. Розв'язання системи n лінійних рівнянь з n невідомими методом оберненої матриці.</p> <p>6.1 Запис системи рівнянь n лінійних рівнянь з n невідомими у вигляді матричного рівняння.</p> <p>6.2 Розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими за допомогою оберненої матриці.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4, 6 Додатковий: 1-7</p>	2	
	<p style="text-align: center;">Лекція 7. Системи m лінійних рівнянь з n невідомими.</p> <p>7.1. Розв'язування систем m лінійних рівнянь з n невідомими.</p> <p>7.2 Метод Гаусса.</p> <p>7.3 Теорема Кронекера-Капеллі.</p>	2	

	<p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4, 6 Додатковий: 1-7</p>		
	<p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>1. Теоретичне завдання: вивчити різні методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Розглянути поняття системи лінійних однорідних рівнянь і фундаментальної системи розв'язків. 2. Практичне завдання: опанування різних методів розв'язування систем лінійних рівнянь.</p>	20	4
<p>Вміти: використовувати теоретичні знання про розв'язання систем лінійних рівнянь.</p>	<p>ПЗ 4. Розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими методом Крамера. ПЗ 5. Розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими за допомогою оберненої матриці. ПЗ 6. Розв'язування систем m лінійних рівнянь з n невідомими методом Гаусса. ПЗ 7. Використання Теорема Кронекера-Капеллі.</p>	8	10
<p>Знати: поняття фундаментальної системи розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь та її властивості.</p>	<p>Тема 3. Однорідні СЛАР, фундаментальна система розв'язків Лекція 8. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків</p> <p>8.1. Дослідження структури множини розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. 8.2. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, її властивості. 8.3. Задачі, що зводяться до систем однорідних алгебраїчних лінійних рівнянь. 8.4. Стаціонарна модель Леонт'єва. Модель міжнародної торгівлі.</p>	2	

Вміти; розв'язувати типові задачі з векторної алгебри	11.1 Означення підпростору. 11.2 Сума і перетин підпросторів. <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> Основний: 1, 3, 5 Додатковий: 1,3, 7 <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> 1. Теоретичне завдання: вивчити основні означення векторного простору. Розглянути приклади лінійних просторів, сутність базису та розмірність векторних просторів. Дослідити поняття лінійно незалежної (залежної) системи векторів. Ознайомитись з сутністю лінійних підпросторів. 2. Практичне завдання: розв'язування задач з теми векторні простори.	10	4
	ПЗ 9. Дії над векторами, заданими своїми координатами. Розкладання вектора за базисними векторами. ПЗ 10. Скалярний добуток векторів. Поняття лінійно незалежної (залежної) системи векторів. ПЗ 11. Лінійні підпростори: означення, приклади, розмірність. Сума і перетин підпросторів.	6	5

	ПЗ 18. Розв'язування задач на побудову рівнянь площини, яка проходить через три точки, у відрізках на осях координат із заданими вектором паралелі. Умови паралельності і перпендикулярності, знаходження відстані від точки до площини.	2	5
	ПЗ 19. Розв'язування задач на побудову рівнянь прямої в просторі яка проходить через дві задані точки, має заданий направлений вектор.	2	2
	ПЗ 20. Визначення кута між прямою і площиною, перевірка виконання умов паралельності та перпендикулярності між прямою та площиною.	2	2
	ПЗ 21. Знаходження відстані між прямими в просторі. Практичне використання теорії прямих, площин та кривих у просторі.	2	3
<i>Підсумковий контроль - екзамен</i>			
<i>Разом</i>		180/6	100

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основний

1. Боднарчук Ю.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Посібник /Ю.В. Боднарчук, Б.В. Олійник; Нац. ун-т "Києво-Могилян. акад."—К.: Києво-Могилянська академія, 2010.—175 с.
2. Борисейко В.О. Елементи лінійної алгебри: навч.посібник. / В.О. Борисейко — К.: КДТЕУ, 1994.
3. Борисейко В.О. Вища математика. Аналітична геометрія: Конспект лекцій. / В.О. Борисейко, Ю.Ф. Діденко, В.В. Левчук, В.С. Мартиненко — К.: КДТЕУ, 1994.
4. Булдигін В.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / В.В. Булдигін та ін. [за ред. проф. В.В. Булдигіна]. — К.: ТВіМС, 2011. — 223 с.
5. Добряков Л.Д. Вища математика: підруч. для студ. вищих техн. навч. закл. / Житомир. держ. технол. ун-т. — Житомир: ЖДТУ, 2004 . Кн 1: Лінійна алгебра та аналітична геометрія / Л.Д. Добряков, В.В. Михайленко. — [Б. м.]: [б.в.], 2004. — 552 с.
6. Мартиненко В.С. Елементи лінійної алгебри: навч. посібник. /Мартиненко В.С., Білоусова С.В., Борисейко В.О., Ковальчук Г.В. — К. : КДТЕУ, 1999.

Додатковий

1. Олексенко В.М. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: підручник для студ. вищих техн. навч. закл. /В.М. Олексенко; Національний технічний ун-т "Харківський політехнічний ін-т". — Х.: НТУ "ХП", 2006. — 371 с.
2. Понеділок Г.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник для студ. системи дистанційного навчання / Г.В. Понеділок та ін.; Національний ун-т "Львівська політехніка". Інститут дистанційного навчання. — Л.: Видавництво Національного ун-ту "Львівська політехніка", 2003. — 120 с.
3. Рибицька О.М. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посіб. /О.М. Рибицька, Д.М. Білонога, П.І. Каленюк; Нац. ун-т "Львів. політехніка" — Л.: Вид-во Львів. політехніки, 2011 — 125 с.
4. Рудавський Ю.К. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. підруч. /Ю.К. Рудавський и др. — Вид. 2-ге. — Л.: Растр-7, 2009.

— 262 с.

5. Руденко І.Б. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. / І.Б. Руденко, С.Б. Харенко, О.Б. Чернобай; Держ. Податкова мін. України, Нац. Ун-т держ. Податкової служби України. — Ірпінь : Нац. Ун-т ДПС України, 2010. — 176 с.
6. Скицько А.І. Лінійна алгебра та аналітична геометрія для економістів: навч. посіб. для студ. екон. спец. вищ. навч. закл. /А.І. Скицько; Буковинський держ. фінансово-економічний ін-т. — Чернівці: Золоті литаври, 2003. — 176 с.
7. Сущук-Слюсаренко В.І. Лінійна алгебра та аналітична геометрія (додаткові розділи): навч.-метод. посіб. /В.І. Сущук-Слюсаренко; Нац. техн. ун-т України "Київ. політехн. ін-т". — К.: НТУУ "КПІ", 2013. — 187 с.
8. Яковець В.П. Аналітична геометрія: Навч. посібник /В.П. Яковець — Суми : Університетська книга, 2004.