

**Київський національний торговельно-економічний
університет
Кафедра вищої та прикладної математики**

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою
(пост. Д. від 21 грудня 2018 р.)

Ректор

А.А. Мазаракі



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

ПРОГРАМА ТА РОБОЧА ПРОГРАМА

освітній ступінь

бакалавр

галузь знань

12 Інформаційні технології

спеціальність

124 Системний аналіз

спеціалізація

Системний аналіз

Київ 2018

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
заборонено**

Автори: к. ф.-м. н., доцент Денисенко В.І.,
к. ф.-м. н., доцент Діденко Ю.Ф.,
к. ф.-м. н., старший викладач Ружицький І.С.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики, протокол № 9 від 09.04.2018 р.

Рецензенти:

А.А. Роскладка, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри кібернетики та системного аналізу КНТЕУ

С.В. Білоусова, к. ф.-м. н., доцент кафедри вищої та прикладної математики КНТЕУ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

ПРОГРАМА ТА РОБОЧА ПРОГРАМА

освітній ступінь	бакалавр
галузь знань	12 Інформаційні технології
спеціальність	124 Системний аналіз
спеціалізація	Системний аналіз

ВСТУП

Програму вивчення дисципліни «Математичний аналіз» складено відповідно до структурно-логічної схеми, що передбачено освітньо-професійною програмою «Системний аналіз» підготовки бакалаврів зі спеціальності 124 «Системний аналіз» і охоплює всі змістові модулі, визначені тематичним планом.

Дисципліна «Математичний аналіз» спрямована на вивчення студентами основних понять математичного аналізу, диференціального та інтегрального числення, стандартних методів проведення досліджень.

Предметом вивчення дисципліни є основні методи та моделі математичного аналізу (диференціального та інтегрального числення), а також засоби їх представлення у модельному середовищі автоматизованої системи математичного проектування Mathcad. Програма охоплює наступні розділи: теорія дійсних чисел, теорія множин, границь послідовностей та функцій, диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної, диференціальне числення функції декількох змінних, ряди, інтегральне числення функцій багатьох змінних (криволінійні інтеграли, кратні та поверхневі інтеграли).

Математичний аналіз базується на розділах математики шкільної програми. Знання і навички, отримані в процесі вивчення дисципліни «Математичний аналіз» є необхідними для вивчення таких дисциплін, як «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Оптимізаційні методи і моделі», «Технології аналізу даних», «Машинне навчання», «Моделювання даних в умовах невизначеності».

I. МЕТА, ЗАВДАННЯ, ТА РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ (КОМПЕТЕНТНОСТІ), ЇЇ МІСЦЕ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ

Дисципліна «Математичний аналіз» є складовою частиною підготовки бакалаврів за спеціальністю «Системний аналіз».

Метою вивчення дисципліни «Математичний аналіз» є оволодіння математичним апаратом, який повинен бути достатнім для постановки та опрацювання математичних моделей у типовому модельному середовищі, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю, напрацювання навиків самостійного вивчення наукової літератури, дослідження прикладних проблем з використанням сучасних засобів моделювання.

Фундаментальність математичної підготовки визначає кваліфікацію спеціалістів, що володіють математичними методами

аналізу і пошуку оптимальних розв'язків практичних задач, а також їх моделювання на ПК. Вивчення математичного аналізу сприяє формуванню особистості студента, розвиває його інтелект та здатність до логічного і конструктивного мислення.

Завдання вивчення дисципліни:

- формування у студентів розуміння основних положень теорії дійсних чисел;
- встановлення основних властивостей границь послідовностей та функцій і на основі цього вироблення у студентів необхідних навичок відшукування границь функцій та послідовностей;
- вивчення класу неперервних функцій та формування навиків дослідження заданих функцій на неперервність і встановлення характеру і типу точок розриву;
- формування у студентів уявлення про алгоритм, знаходження похідних і основних правил диференціювання, використання похідних для побудови та дослідження моделей різних задач математики та економіки.
- встановлення основних властивостей визначених та невизначених інтегралів і на основі цього вироблення у студентів необхідних навичок знаходження визначених та невизначених інтегралів.
- встановлення основних властивостей інтегралів, залежних від параметра;
- вивчення студентами властивостей криволінійних, кратних та поверхневих інтегралів та вироблення і закріплення техніки обчислення вказаних інтегралів;
- формування у студентів алгоритмів використання криволінійних, кратних та поверхневих інтегралів до розв'язання різноманітних задач;
- формування у студентів навичок дослідження основних властивостей функціональних рядів та функціональних послідовностей, розкладів функцій у степеневі ряди;
- закріплення базових навичок моделювання математичних об'єктів в середовищі Mathcad, вивчених в процесі опанування даної дисципліни.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- місце та роль математики у сучасній науці;
- основні означення, теореми математичного аналізу;
- основні поняття і теореми диференціального та інтегрального числення функції однієї та декількох змінних;
- методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь;

- числові та функціональні ряди;
- основи математичного аналізу, необхідні для побудови та дослідження моделей різних задач математики та бізнесу.

Вміти:

- диференціювати та інтегрувати основні елементарні функції;
- досліджувати функції і будувати графіки;
- застосовувати інтегральні та диференціальне числення функції однієї та декількох змінних до розв'язання прикладних задач;
- інтегрувати найпростіші диференціальні рівняння;
- використовувати розкладання функції в степеневі ряди для розв'язання задач;
- розв'язувати типові задачі в межах вивченого програмного матеріалу;
- використовувати у своїй практичній діяльності набуті знання щодо застосовування математичних методів при дослідженні прикладних задач;
- аналізувати та формулювати постановку професійних задач з використанням математичних методів;
- самостійно працювати з навчально-методичною літературою і використовувати необхідні програмні продукти для аналізу і розв'язування практичних задач
- будувати та аналізувати моделі математичних об'єктів, засвоєних в процесі вивчення дисципліни, в модельному середовищі.

Програма дисципліни передбачає читання лекцій і проведення практичних занять, в тому числі, періодично з використанням ПК, а також регулярну самостійну роботу студентів. Самостійна робота полягає в осмисленні і поглибленні теоретичного матеріалу, запропонованого на лекціях, в розв'язуванні запропонованих домашніх завдань, у виконанні індивідуальних робіт в системі Mathcad. Протягом кожного семестру передбачені проміжні контрольні роботи.

Знання і навички, отримані в процесі вивчення дисципліни, сприяють розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, оволодінню основними методами дослідження і розв'язування задач із застосуванням обчислюваної техніки, виховують у студентів уміння самостійно поширювати свої математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних задач. Спеціаліст повинен володіти формальними методами дослідження з використанням інформаційних технологій, що включає в себе визначення та аналіз формальних моделей і теорій, доведення теорем, інтерпретацію результатів та їх практичне застосування.

II. Зміст дисципліни

Тема 1. Предмет, методи і завдання математичного аналізу.

Роль та місце дисципліни «Математичний аналіз» у системі природничих наук. Об'єкти досліджень математичного аналізу. Задачі математичного аналізу. Характеристика модельного середовища Mathcad. Приклади задач щодо визначення рівня навчальної групи.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3

Додатковий: 3

Тема 2. Обмежені множини та границя послідовності

Основні поняття (поняття множини, дійсні числа, обмежені множини, числові проміжки, окіл точки). Операції над множинами. Поняття границі послідовності. Точні межі числових множин та їх характерні властивості. Границя числової послідовності. Границя функції в точці. Односторонні границі. Границя функції для $x \rightarrow \infty$. Нескінченно великі і нескінченно малі функції. Означення і основні теореми. Основні теореми про границі. Павутинна модель ринку.

Збіжні послідовності та їхні властивості. Число e . Існування точних меж числових множин. Нескінченно малі послідовності та їх зв'язок із нескінченно великими та збіжними послідовностями. Лема про нескінченно малі послідовності. Арифметичні дії над збіжними послідовностями. Границі та нерівності. Теорема про границю проміжної послідовності. Теорема Вейерштрасса про границю монотонної послідовності. Лема про вкладені відрізки. Число Ейлера. Часткові границі. Лема Больцано-Вейерштрасса (одновимірний простір). Верхня та нижня границі послідовності. Критерій Коші.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3

Додатковий: 1,5

Тема 3. Границя та неперервність функцій однієї змінної

Поняття функції та способи її задання. Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції та їх еквівалентність. Односторонні границі. Арифметичні дії над функціями, що мають скінченні границі. Складна та обернена функції. Модуль дійсного числа та його властивості. Основні елементарні функції та їх графіки.

Поняття границі функції. Основні теореми про границі функцій. П'ять важливих границь. Критерій Коші існування скінченної границі у функції. Нескінченно малі функції. Основні властивості. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентні нескінченно малі функції та їх застосування.

Різні означення неперервності функцій. Точки розриву та їх класифікація. Арифметичні дії над неперервними функціями. Властивості

функцій, неперервних на відрізку. Неперервність монотонної функції. Неперервність елементарних функцій. Теореми про неперервність складеної та оберненої функцій.

Основні теореми про неперервні функції (теореми Больцано-Коші та Вейерштрасса). Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора. Еквівалентність означень неперервності функції. Неперервність функції в точці, на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Економічна інтерпретація неперервності. Деякі функціональні залежності, що використовуються в економіці. Поняття про виробничі функції. Прості і складні відсотки. Неперервне нарахування відсотків.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3

Додатковий: 1,5

Тема 4. Диференціальне числення функцій однієї змінної

Означення похідної. Геометрична інтерпретація похідної. Дотична до графіка функції. Таблиця похідних. Зв'язок з неперервністю. Правила диференціювання. Похідна складеної та оберненої функцій. Диференціал функції та його властивості. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца.

Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції. Розклади основних елементарних функцій.

Умови монотонності та постійності функцій. Локальні екстремуми. Необхідні та достатні умови. Інтервали опуклості функцій і точки перегину. Асимптоти. Основні характеристики функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність). Загальна схема дослідження функцій і побудови графіків функцій.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1,2-3

Додатковий: 1-2,5

Тема 5. Невизначений інтеграл

Означення і властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів. Обчислення інтегралів методом внесення під знак диференціала. Заміна змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2-4

Додатковий: 1,5

Тема 6. Визначений інтеграл та його застосування

Означення визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегровності. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє. Властивості інтеграла зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінних та інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Наближене обчислення визначених інтегралів. Формули прямокутника і трапеції. Формула Сімпсона.

Застосування визначеного інтеграла до обчислення довжини кривої. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ та об'ємів. Приклади моделей із застосуванням інтегралів. Поняття про невластні інтеграли. Застосування визначеного інтеграла в задачах економіки. Знаходження загальних та середніх величин за відомими маргінальними величинами. Знаходження обсягу виробленої продукції. Надлишок (додатковий виграш) споживача. Аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренца. Застосування інтегралів у фінансових розрахунках.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3,6

Додатковий: 1,5

Тема 7. Диференціальні рівняння

Диференціальні рівняння. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.

Однородні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння, що допускають пониження порядку.

Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Використання диференціальних рівнянь у задачах. Модель Еванса встановлення рівноважної ціни. Модель росту (зростання для постійного темпу приросту). Модель росту в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель росту. Модель ринку з прогнозованими цінами. Поняття про різницеві рівняння. Модель Самуельсона-Хікса.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2-3

Додатковий: 1,5

Тема 8. Числові та степеневі ряди

Числовий ряд. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Ряд геометричної прогресії. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд. Ряди з додатними членами. Достатні ознаки збіжності додатних рядів (ознака порівняння рядів, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші). Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбниця. Властивості збіжних рядів.

Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розвинення в ряд елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 3-5

Додатковий: 2,5

Тема 9. Функції декількох змінних

Простір \mathbf{R}^m . Відкриті, замкнені та обмежені множини в \mathbf{R}^m . Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєштрасса в \mathbf{R}^m .

Функції багатьох змінних. Функція двох змінних і область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Границі функцій багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями. Неперервні функції багатьох змінних. Основні теореми про неперервні функції багатьох змінних. Частинні похідні і диференційованість функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Економічний зміст частинних похідних.

Диференційованість складеної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямком. Похідні і диференціали вищих порядків. Теорема Шварца про рівність мішаних похідних.

Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних. Випадок функцій двох змінних.

Неявні функції. Теореми про існування та диференційованість неявної функції. Неявні функції, що визначаються системами.

Поняття умовного екстремуму. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Поняття про емпіричні формули. Метод найменших квадратів.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1-3

Додатковий: 2

Тема 10. Функціональні послідовності та ряди

Рівномірна збіжність функціональних послідовностей і рядів. Критерій Коші. Ознаки Вейерштрасса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності функціональних рядів. Функціональні властивості суми функціонального ряду та граничної функції функціональної послідовності (неперервність, диференціювання та інтегрування).

Степеневі ряди та їх області збіжності. Функціональні властивості степеневих рядів. Розклад функцій у степеневі ряди.

Формули Ейлера-Фур'є. Частинні суми ряду Фур'є. Інтеграл Діріхле. Лема Рімана-Лебега. Принцип локалізації. Достатні умови розкладу функцій у ряди Фур'є. Розклад функцій у ряди Фур'є на довільному проміжку. Розклад в ряд Фур'є лише за синусами або лише за косинусами.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 3-5

Додатковий: 2,5

Тема 11. Інтеграли, залежні від параметра

Власні інтеграли, залежні від параметра, та їх властивості (неперервність, диференціювання та інтегрування).

Рівномірна збіжність невластних інтегралів, залежних від параметра. Критерій Коші. Ознаки Вейерштрасса, Діріхле та Абеля. Властивості невластних інтегралів, залежних від параметра. Інтеграл Діріхле та Пуассона. Ейлерові інтегралі. Інтеграл Френеля. Формули Фрулані. Визначення Γ -функції. Визначення B -функції. Властивості Γ -функції та B -функції. Застосування Γ -функції та B -функції. Формула Стірлінга для Γ -функції та факторіала.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 3, 6

Додатковий: 3-4

Тема 12. Кратні інтеграли Рімана.

Означення інтегральних сум Рімана, інтеграла Рімана по брусу та інтегрованої за Ріманом функції на брусі. Необхідна умова інтегрованості за Ріманом. Верхні та нижні суми Дарбу та їх властивості. Зведення кратного інтеграла по брусу і циліндроїду до повторних. Заміна змінних в кратних інтегралах.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2,6

Додатковий: 3-4

Тема 13. Криволінійні та поверхневі інтеграли I та II роду.

Криволінійні інтеграли I роду : означення, обчислення та застосування. Криволінійні інтеграли II роду: означення, обчислення та застосування.

Подвійні інтеграли. Визначення, обчислення і застосування подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійних інтегралах. Формула Гріна та її застосування. Потрійні інтеграли та їх застосування. Заміна змінних у потрійних інтегралах.

Поверхневі інтеграли I роду. Поверхневі інтеграли II роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го и 2-го родів. Формули Остроградського та Стокса. Векторне поле.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2,6

Додатковий: 3

III. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Тема	Кількість годин				Форми контролю
	з них				
	Усього годин/кредитів	Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	
I семестр					
Тема 1. Предмет, методи і завдання математичного аналізу	17	1		16	О, ДЗ
Тема 2. Обмежені множини та границя послідовності	35	7	8	20	О, ДЗ, ІРПК
Тема 3. Границя та неперервність функцій однієї змінної	36	8	8	20	О, ДЗ, ДКР, ІРПК
Тема 4. Диференціальне числення функцій однієї змінної	40	10	10	20	О, ДЗ, ІРПК
Тема 5. Невизначений інтеграл	52	16	16	20	ДЗ, ДКР, ІРПК
<i>Підсумковий контроль – екзамен</i>					
Всього за I семестр	180	42	42	96	
II семестр					
Тема 6. Визначений інтеграл та його застосування	34	12	12	10	О, ДЗ, ДКР, РПК
Тема 7. Диференціальні рівняння	30	10	10	10	ДЗ, ДКР
Тема 8. Числові та степеневі ряди	17	4	4	9	О, ДЗ, ДКР, ІРПК
Тема 9. Функції декількох змінних	26	8	8	10	О, ДЗ, ІРПК
Тема 10. Функціональні послідовності та ряди	18	4	4	10	О, ДЗ, ІРПК
Тема 11. Інтеграли, залежні від параметра.	28	4	4	20	О, ДЗ, ІРПК
Тема 12. Кратні інтеграли Рімана.	13	2	2	9	О, ДЗ
Тема 13. Криволінійні та поверхневі інтеграли I та II роду.	24	8	6	10	О, ДЗ, ДКР
<i>Підсумковий контроль – екзамен</i>					
Всього за II семестр	180	52	50	78	
Разом за I та II семестр	360	94	92	174	

О – опитування; ДЗ – перевірка домашнього завдання; ДКР – домашня контрольна робота; АКР – аудиторна контрольна робота, ІРПК – індивідуальна робота із застосуванням ПК.

IV. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Результати навчання	Навчальна діяльність	Робочий час студента, год.	Оцінювання у балах
1	2	3	4
<p>Знати роль і місце математичного аналізу в системі природничих наук, вміти наводити математичні моделі прикладних задач з різних галузей наукової, соціальної та прикладної сфер. Засвоїти поняття множини, границі послідовності знати, теореми про границі послідовності та правила їх обчислення</p>	<p>Тема 1. Предмет, методи і завдання математичного аналізу. Тема 2. Обмежені множини та границя послідовності . Лекції 1, 2. Предмет, методи і завдання математичного аналізу. Множини. Поняття границі послідовності. Теорія границь</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Загальні положення. Мета і завдання курсу, його місце в системі підготовки фахівців з комп'ютерних наук. 2. Об'єкти досліджень математичного аналізу. Місце дисципліни в системі природничих наук. 3. Поняття множини. Дійсні числа. Операції над множинами. 4. Обмежені множини. Числові проміжки. Окіл точки. Поняття границі послідовності. Точні межі числових множин та їх характерні властивості. 5. Границя числової послідовності. 6. Границя функції в точці. Односторонні границі. 7. Границя функції для $x \rightarrow \infty$. 8. Нескінченно великі і нескінченно малі функції. Означення і основні теореми. 9. Основні теореми про границі. 	4	20

	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>1. Теоретичне завдання: вивчити умови монотонності та постійності функцій. Вивчити необхідні та достатні умови локального екстремуму функції. Вивчити загальну схему дослідження функцій і побудови графіків функцій.</p> <p>2. Практичне завдання: вміти перевіряти функцію на локальні екстремуми. Визначати інтервали опуклості функцій, точки перегину та асимптоти функції. Досліджувати функції за загальною схемою та будувати їх графіки.</p>	8	
	<p>ПЗ 12. Застосування еквівалентності нескінченно малих функцій для обчислення границь. Використання формули Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції. Розкладання основних елементарних функцій. Визначення основних характеристик функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність). Індивідуальна робота із застосуванням ПК №2 МР [3]</p> <p>ПЗ 13. Проведення дослідження функцій за загальною схемою і побудова їх графіків.</p>	4	
<p>Вивчити поняття невизначеного інтеграла, властивості, основні методи інтегрування. Вміти</p>	<p>Тема 5. Невизначений інтеграл Лекції 14, 15, 16. Первісна функція.</p> <p>1. Означення первісної та невизначеного інтеграла. 2. Властивості невизначеного інтеграла. 3. Таблиця основних невизначених інтегралів. 4. Метод безпосереднього інтегрування. 5. Заміна змінної у невизначеному інтегралі і метод інтегрування</p>	6	30

	<p>1. Теоретичне завдання: вивчити прийоми інтегрування раціональних дробів та ірраціональних виразів..</p> <p>2. Практичне завдання: опанування різними методами знаходження невизначених інтегралів шляхом тригонометричних підстановок.</p>		
	<p>ПЗ 19, ПЗ 20, ПЗ 21. Розв'язування задач на інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки. Закріплення у Mathcad.</p>	6	
<p><i>Підсумковий контроль – екзамен.</i></p>			
<p>Всього за I семестр</p>		180	100
<p>Вивчити поняття визначеного інтеграла, його властивості, основні методи інтегрування. Вміти розв'язувати приклади на знаходження визначених інтегралів, застосовувати визначений</p>	<p style="text-align: center;">Тема 6. Визначений інтеграл та його застосування</p> <p style="text-align: center;">Лекція 1(22), 2(23). Визначений інтеграл.</p> <p>1. Означення визначеного інтеграла. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми.</p> <p>2. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості.</p> <p>3 Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегрованості. Класи інтегрованих функцій.</p> <p>4. Формула Ньютона-Лейбниця.</p> <p>5. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє. Властивості інтеграла зі змінною верхньою межею.</p> <p>6. Заміна змінних та інтегрування частинами у визначеному інтегралі.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p>	4	30

інтеграл для знаходження площ геометричних фігур та об'ємів тіл обертання. Ознайомитися із застосуванням визначеного інтеграла в економічних та фінансових розрахунках.	Основний: 1-2. Додатковий: 1, 4, 5-6.		
	ПЗ 1(22). Розв'язування задач на інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки.	2	
	Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити означення визначеного інтеграла, умови його існування і властивості, формулу Ньютона-Лейбниця. 2. Практичне завдання: Виконати практичні завдання по інтегруванню заміною змінних та інтегруванню частинами у визначеному інтегралі	3	
	ПЗ 2(23). Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбниця. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Індивідуальна робота із застосуванням ПК №2-3 МР [3] Закріплення у Mathcad.	2	
	Лекція 3(24). Наближене обчислення визначеного інтеграла 1 Формули прямокутника. 2 Формули трапеції. 3. Формула Сімпсона. Список рекомендованих джерел Основний: 2, 6. Додатковий: 1, 3.	2	
	Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити формули прямокутника і трапеції та формулу Сімпсона. 2. Практичне завдання: знаходити наближено значення інтегралів.	2	

	<p>4. Аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренця.</p> <p>5. Застосування інтегралів у фінансових розрахунках.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 5. Додатковий: 1.</p>		
	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>1. Теоретичне завдання: розглянути економічні задачі із застосуванням інтегрального числення, навести приклади.</p> <p>2. Практичне завдання: знаходження загальних витрат і загального доходу за відомими маргінальними величинами, споживче активне сальдо, застосування інтегралів у фінансах.</p>	2	
	<p>ПЗ 6(27.) Обчислення площ, об'ємів тіл обертання, довжин дуг кривих. Дослідження збіжності невластних інтегралів. Приклади економіко-математичних моделей із застосуванням інтегралів.</p>	2	
Вивчити основні поняття і теореми, вміти формулювати задачу Коші, розв'язувати диференціальні рівняння першого та другого порядків, використовувати їх у створенні	<p style="text-align: center;">Тема 7. Диференціальні рівняння</p> <p>Лекція 7(28). Диференціальні рівняння першого порядку.</p> <p>1. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки.</p> <p>2. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Рівняння з відокремлюваними змінними.</p> <p>3. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.</p> <p>4. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 3-4. Додатковий: 1, 5.</p>	2	30
	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>1. Теоретичне завдання: вивчити основні поняття, теорему Коші.</p>	3	

економіко-математичних моделей, аналізувати одержані результати.	2. Практичне завдання: розв'язування різних видів рівнянь першого порядку.		
	ПЗ 7(28). Розв'язування диференціальних рівнянь першого порядку з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Розв'язування лінійних рівнянь першого порядку. Метод варіації довільної сталої та метод Бернуллі. Рівняння Бернуллі.	2	
	Лекція 8(29). Диференціальні рівняння другого порядку. 1. Основні поняття. 2. Диференціальні рівняння, що допускають пониження порядку. 3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Список рекомендованих джерел: Основний: 2-3. Додатковий: 1, 4, 5.	2	
	Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити умови існування розв'язку рівнянь другого порядку. 2. Практичне завдання: розв'язування різних видів рівнянь другого порядку. Підготуватись до контрольної роботи.	5	
	ПЗ 8(29). Розв'язування рівнянь другого порядку, що допускають пониження порядку. Розв'язування лінійних однорідних рівнянь другого порядку із сталими коефіцієнтами.	2	
	Лекція 9(30). Лінійні диференціальні рівняння другого порядку . 1. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Список рекомендованих джерел:	2	

	Основний: 3. Додатковий: 1.		
	ПЗ 9(30). Розв'язування лінійних неоднорідних рівнянь другого порядку із сталими коефіцієнтами	2	
	<p>Лекція 10(31),11(32). Використання диференціальних рівнянь у задачах.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Модель Еванса встановлення рівноважної ціни. 2. Модель росту (зростання для постійного темпу приросту). 3. Модель росту в умовах конкуренції. 4. Динамічна модель Кейнса. 5. Неокласична модель росту. 6. Модель ринку з прогнозованими цінами. 7. Поняття про різниці рівняння. Модель Самуельсона-Хікса. <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 4-5. Додатковий: 1, 6</p>	4	
	<p>Самостійна робота студентів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Теоретичне завдання: навести приклади економіко-математичних моделей, у яких застосовуються диференціальні рівняння. 2. Практичне завдання: розглянути моделі природного зростання випуску продукції, зростання в умовах конкуренції, динаміки національного доходу та ін. 	2	
	ПЗ 10(31), ПЗ 11(32). Модель Еванса встановлення рівноважної ціни. Модель росту для постійного темпу приросту. Модель росту в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель росту. Модель ринку з прогнозованими цінами.	4	

<p>розв'язувати задачі на знаходження області допустимих значень, частинних похідних, екстремуму та умовного екстремуму функції декількох змінних. Вміти знаходити невідомі параметри функціональної залежності за допомогою методу найменших квадратів, використовуючи ПК. Ознайомитися з аналізом економічних задач за допомогою виробничих функцій, застосуванням функцій декількох</p>	<p>5. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. 6. Частинні похідні першого порядку. 7. Частинні похідні другого порядку. 8. Повний диференціал функції. Диференціали першого та другого порядків. 9. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Економічний зміст частинних похідних</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 2,4. Додатковий: 1, 4, 6.</p>		
<p>Вміти знаходити невідомі параметри функціональної залежності за допомогою методу найменших квадратів, використовуючи ПК. Ознайомитися з аналізом економічних задач за допомогою виробничих функцій, застосуванням функцій декількох</p>	<p>Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити поняття простору \mathbf{R}^m та поняття відкритої, замкненої та обмеженої множини в \mathbf{R}^m. Вивчити Лему Больцано-Вейерштрасса. 2. Практичне завдання: знаходити область визначення функції двох змінних та її графічне зображення. 3. Теоретичне завдання: опанувати структурою повних диференціалів першого та другого порядків функцій декількох змінних. 4. Практичне завдання: вміти знаходити повні диференціали першого та другого порядків функцій декількох змінних.</p>	4	
<p>Вміти знаходити невідомі параметри функціональної залежності за допомогою методу найменших квадратів, використовуючи ПК. Ознайомитися з аналізом економічних задач за допомогою виробничих функцій, застосуванням функцій декількох</p>	<p>ПЗ 14(35), ПЗ 15(36). Знаходження області визначення функції двох змінних. Лінії рівня. Знаходження границі функції двох змінних. Знаходження частинних похідних функції декількох змінних. Диференціал функції декількох змінних. Приклади з функціями багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Індивідуальна робота із застосуванням ПК №3-4 МР [3]</p>	4	

	<p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел: Основний: 3-4. Додатковий: 2, 5.</p>		
	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>1. Теоретичне завдання: вивчити критерій Коші, ознака Вейерштраса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності функціональних рядів, вивчити властивості суми функціонального ряду та граничної функції функціональної послідовності (неперервність, диференціювання та інтегрування).</p> <p>2. Практичне завдання: досліджувати функціональні ряди на рівномірну збіжність за ознаками Вейерштраса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності, досліджувати степеневі ряди на область збіжності. Виконувати розкладання функцій у степеневі ряди.</p>	5	
	<p>ПЗ 18(39). Застосування критерія Коші, ознак Вейерштраса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності. Дослідження прикладів степеневих рядів на область збіжності.</p>	2	
	<p>Лекція 19(40). Частинні суми ряду Фур'є. Достатні умови розкладу функцій у ряди Фур'є.</p> <p>1. Частинні суми ряду Фур'є. Інтеграл Діріхле. 2. Лема Рімана-Лебега. Принцип локалізації. 3. Достатні умови розкладу функцій у ряди Фур'є. 4. Розклад функцій у ряди Фур'є на довільному проміжку. 5. Розклад в ряд Фур'є лише за синусами. 6. Розклад в ряд Фур'є лише за косинусами.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел: Основний: 3, 6. Додатковий: 1, 7.</p>	2	

	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>1. Теоретичне завдання: вивчити Лему Рімана-Лебега та достатні умови розкладу функцій у ряди Фур'є, вивчити принцип, за яким будуються розклади функцій у ряди Фур'є на довільному проміжку.</p> <p>2. Практичне завдання: побудова частинних сум ряду Фур'є, побудова розкладів функцій у ряди Фур'є на довільному проміжку.</p>	5	
	<p>ПЗ 19(40). Застосування Леми Рімана-Лебега, перевірка достатніх умов розкладу функцій у ряди Фур'є. Застосування розкладів в ряд Фур'є за синусами та за косинусами.</p>	2	
<p>Вивчити поняття власного та невластного інтеграла, залежного від параметра, властивості, ознаки та методи інтегрування. Вміти розв'язувати приклади на знаходження власних та невластных</p>	<p>Тема 11. Інтеграл, залежний від параметра.</p> <p>Лекції 20(41), 21(42). Власні інтеграл, залежний від параметра. Рівномірна збіжність невластных інтегралів, залежних від параметра.</p> <p>1. Власні інтеграл, залежний від параметра, та їх властивості (неперервність, диференціювання та інтегрування).</p> <p>2. Рівномірна збіжність невластных інтегралів, залежних від параметра. Критерій Коші. Ознаки Вейєрштрасса, Діріхле та Абеля.</p> <p>3. Властивості невластных інтегралів, залежних від параметра.</p> <p>4. Інтеграл Діріхле та Пуассона.</p> <p>5. Ейлерові інтеграл. Інтеграл Френеля. Формули Фруллані.</p> <p>6. Визначення Г-функції. Визначення В-функції.</p> <p>7. Властивості Г-функції та В-функції.</p>	2	5

<p>інтегралів. Ознайомитися із застосуванням власних невластних інтегралів, залежних від параметра.</p>	<p>8. Застосування Г-функції та В-функції. Формула Стірлінга Список рекомендованих джерел: Основний: 3, 6. Додатковий: 1, 8.</p>		
	<p>Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити ознаки рівномірної збіжності невластних інтегралів, залежних від параметра. 2. Практичне завдання: оволодіти застосуванням ознак рівномірної збіжності до невластних інтегралів, залежних від параметра. 3. Теоретичне завдання: вивчити властивості та задання невластних інтегралів, залежних від параметра. 4. Практичне завдання: використання властивостей невластних інтегралів, залежних від параметра, застосування інтегралів Діріхле та Пуассона, для Г-функції та факторіала.</p>	10	
	<p>ПЗ 20(41), ПЗ 21(42). Дослідження на рівномірну збіжність невластних інтегралів, залежних від параметра. Використання властивостей невластних інтегралів, залежних від параметра, використання інтегралів Френеля та формул Фруллані. Застосування Г-функції та В-функції. Формула Стірлінга для Г-функції та факторіала.</p>	4	
<p>Вивчити поняття кратних інтегралів, властивості, ознаки та методи інтегрування. Вміти розв'язувати приклади на</p>	<p>Тема 12. Кратні інтеграли Рімана. Лекція 22(43). Кратні інтеграли. 1. Означення інтегральних сум Рімана, інтеграла Рімана по брусу та інтегрованої за Ріманом функції на брусі. 2. Необхідна умова інтегрованості за Ріманом. Верхні та нижні суми Дарбу та їх властивості. 3. Зведення кратного інтеграла по брусу і циліндроїду до</p>	2	5

знаходження кратних інтегралів. Ознайомитися із застосуванням	повторних. 4. Заміна змінних в кратних інтегралах. Список рекомендованих джерел: Основний: 3, 6. Додатковий: 1, 3.		
кратних інтегралів.	Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити поняття інтегральних сум Рімана, інтеграла Рімана по брусу та інтегровної за Ріманом функції на брусі. Вивчити необхідну умову інтегровності за Ріманом. 2. Практичне завдання: виконати приклади на зведення кратного інтеграла по брусу і циліндроїду до повторних.	9	
	ПЗ 22(43). Використання необхідної умови інтегровності за Ріманом. Виконання прикладів на заміну змінних в кратних інтегралах.	2	
Вивчити поняття криволінійних та поверхневих інтегралів I та II роду, властивості, ознаки та методи інтегрування. Вміти розв'язувати приклади на знаходження криволінійних та поверхневих інтегралів I та II	Тема 13. Криволінійні та поверхневі інтеграли I та II роду. Лекції 23(44), 24(45). Криволінійні інтеграли I роду. 1. Криволінійні та поверхневі інтеграли I роду: означення, обчислення та застосування. 2. Подвійні інтеграли. Визначення, обчислення і застосування подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійних інтегралах. 3. Формула Гріна та її застосування. Лекції 25(46), 26(47). Криволінійні інтеграли II роду. 1. Криволінійні та поверхневі інтеграли II роду: означення, обчислення та застосування. 2. Потрійні інтеграли, їх застосування. Заміна змінних у потрійних інтегралах. 3. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го и 2-го родів.	2	5

роду. Ознайомитися із	4. Формули Остроградського та Стокса. Список рекомендованих джерел: Основний: 2, 4. Додатковий: 6-7.		
застосуванням криволінійних та поверхневих інтегралів I та II роду	Самостійна робота студентів: 1. Теоретичне завдання: вивчити означення криволінійних інтегралів I та II роду. 2. Практичне завдання: знаходження криволінійних інтегралів I та II роду. 2. Теоретичне завдання: вивчити означення поверхневих інтегралів I та II роду, засвоїти поняття векторного поля. Практичне завдання: Обчислення поверхневих інтегралів I та II роду.	10	
	ПЗ 23(44). Виконання прикладів на обчислення криволінійних інтегралів I та II роду. ПЗ 24(45). Знаходження подвійних інтегралів. Застосування формули Гріна. Знаходження потрійних інтегралів, використання заміни змінних в потрійних інтегралах. Знаходження поверхневих інтегралів I та II роду. ПЗ 25(46). Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го и 2-го родів. Формули Остроградського та Стокса.	4	
Підсумковий контроль – екзамен			
Всього за II семестр		180	100
Разом за I та II семестри		360	200

V. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основний

1. *Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І.* Математичний аналіз. – К.: Знання, 2008. – 421 с.
2. Шкіль М.І. (2005). Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. К.: Вища школа, 2005. – 648 с.
3. Ю. К. Рудавський, П. П. Костробій, Л. Л. Лібацький, А. З. Мохонько, І. Я. Олексів. Математичний аналіз: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Ч.1. Л.: Нац. ун-т «Львів. політехніка», 2003. – 403 с.
4. *Ковальчук Т.В.* Вища математика для економістів Ч.1. /Т.В. Ковальчук, Мартиненко В.С. – К.: КНТЕУ. — 2005.
5. *Ковальчук Т.В.* Вища математика для економістів Ч.2. /Т.В. Ковальчук, Мартиненко В.С., Денисенко В.І. – К.: КНТЕУ. — 2007.
6. *Радченко В. М.* Теорія міри та інтеграла : навчальний посібник. — ВПЦ «Київський університет», 2012. — 143 с. — ISBN 978-966-439-520-2

Додатковий

1. *Мартиненко В.С. та ін.* Збірник задач з вищої математики./В.С. Мартиненко – К.: КНТЕУ. – Ч.1. – 2000.
2. *Мартиненко В.С. та ін.* Збірник задач з вищої математики./В.С.Мартиненко – К.: КНТЕУ. – Ч.2. – 2002.
3. *Ляшко І.В.* Математичний аналіз. Ч.І. /І.В.Ляшко, В.Ф.Ємельянов, О.К.Боярчук. – Київ: Вища школа, 1992. – 502 с.
4. *Ляшко І.В.* Математичний аналіз. Ч.ІІ /І.В.Ляшко, В.Ф.Ємельянов, О.К.Боярчук. – Київ: Вища школа, 1992.
5. *Щетініна Е.К., Котляр В.Ю.* Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Вища та прикладна математика» з використанням ППП МATHCAD / Щетініна Е.К., Котляр В.Ю. - К.: КНТЕУ, 2018.-62 с.
6. Вища та прикладна математика – бібліотека файлів – режим доступу: <http://primat.at.ua/load/7>