

**Київський національний торговельно-економічний
університет**
Кафедра вищої та прикладної математики



ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

ПРОГРАМА ТА РОБОЧА ПРОГРАМА

освітній ступінь

бакалавр

галузь знань

12 Інформаційні технології

спеціальність

124 Системний аналіз

Київ 2018

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
заборонено**

Автори: Л.З. Машенко, канд. фіз.-мат. наук, доц.,
В.Ю. Котляр, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри вищої та
прикладної математики, протокол № 9 від 09.04.2018 р.

Рецензент: О.К. Щетініна, д. фіз.-мат. наук, проф.

Навчально-методичне видання

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

ПРОГРАМА та РОБОЧА ПРОГРАМА

освітній ступінь

бакалавр

галузь знань

12 Інформаційні технології

спеціальність

124 Системний аналіз

Автори:

МАЩЕНКО Людмила Зіновіївна
КОТЛЯР Валерій Юрійович

ВСТУП

Програму вивчення нормативної дисципліни «Дискретна математика» складено відповідно до структурно-логічної схеми, що передбачено освітньо-професійною програмою підготовки бакалаврів за спеціальністю 124 «Системний аналіз» і охоплює всі змістові модулі, визначені тематичним планом.

Вона передбачає опанування студентами апарату дискретної математики для формалізації та математичного опису задач, що виникають у процесі розробки математичних моделей, який в свою чергу є теоретичним фундаментом для вивчення наступних дисциплін професійної спрямованості.

На реалізацію програми дисципліни заплановано 180 годин (лекцій – 54 годин; практичних занять – 48 годин; для самостійної роботи – 78 години).

Програма та робоча програма дисципліни складається з таких розділів:

1. Мета, завдання, результати вивчення дисципліни (компетентності), її місце в освітньому процесі.
2. Зміст дисципліни.
3. Структура дисципліни та розподіл годин за темами (тематичний план).
4. Тематика та зміст лекційних, семінарських, лабораторних занять, самостійної роботи студентів.
5. Список рекомендованих джерел.

I. МЕТА, ЗАВДАННЯ, РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ (КОМПЕТЕНТНОСТІ), ЇЇ МІСЦЕ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ

Метою вивчення дисципліни «Дискретна математика» є:

- формування у майбутніх фахівців необхідного рівня професійних знань з методів та засобів дослідження та організації систем різного типу;
- набуття практичних навичок використання отриманих теоретичних знань для розв'язування задач дискретного аналізу, теорії графів, складних систем дискретного характеру на основі застосування математичних методів та системного підходу;
- вміння студентів розуміти проблеми, які виникають при автоматизації процесів обробки дискретної інформації;
- набуття студентами навичок природничого використання формальних методів обробки дискретної математики для аналізу складних систем;
- підготовка теоретичного фундаменту для вивчення наступних курсів професійної спрямованості.

Предметом вивчення дисципліни є:

- дискретні структури та їх властивості (множини, відношення, скінченні групи, скінчені графи, скінчені автомати та ін.);
- математичні методи обробки, аналізу та перетворення дискретної інформації;
- математичні моделі задач, що припускають використання комп'ютера (для символічних перетворень, для чисової реалізації обчислювальних алгоритмів).

Завданням вивчення дисципліни є теоретична та практична підготовка студентів з таких питань:

- елементи теорії множин;
- відношення та функції;
- основи комбінаторного аналізу;
- елементи загальної алгебри;
- математична логіка;
- теорія графів;
- теорія скінчених автоматів.

Засвоєння цієї дисципліни дозволить оволодіти такими навичками та уміннями (компетентностями):

- сформувати уміння в області застосування основ дискретної математики в професійній діяльності, зокрема для створення експлуатації інтегрованих систем обробки інформації та їх

компонент, таких як математичне забезпечення, пакети прикладних програм, розподілені бази даних, мережі передачі даних;

- вміти аналізувати логічну та алгоритмічну структуру фізичних та технологічних процесів, обробки інформації в природі та суспільстві;
- використовувати апарат дискретної математики для формалізації та математичного опису задач, що виникають у сфері науки та виробництва;
- здійснювати аналіз та синтез дискретних об'єктів та процесів, використовуючи елементи теорії графів;
- використовувати формальні логічні докази та логічні судження для вирішення прикладних задач;
- застосовувати мову теорії множин як спеціалізовану мову для опису дискретних об'єктів;
- використовувати методологію апарату математичної логіки, що є фундаментом ряду математичних дисциплін та дисциплін прикладного характеру;
- засвоїти суть основних проблем теорії графів, аналізу і постановки задач, оцінки наслідків альтернативних варіантів рішень;
- сформувати уміння для побудови і експлуатації інтегрованих систем обробки інформації та їх компонент.

Викладання даної дисципліни базується на знаннях, здобутих студентами при вивченні шкільного курсу математики та дисципліни «Математичний аналіз».

Програма передбачає лекції і практичні заняття, а також регулярну самостійну роботу студентів. Самостійна робота полягає в осмисленні і поглибленні теоретичного матеріалу, запропонованого програмою, виконанні домашніх завдань. Протягом семестру передбачено проміжні перевірки засвоєння знань.

Перелік дисциплін, для яких необхідні знання даної дисципліни:

- математична логіка та теорія алгоритмів;
- програмування та алгоритмічні мови;
- моделювання економічних процесів;
- людино-машинна взаємодія;
- операційні системи та ін.

ІІ. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Предмет, методи і завдання дискретної математики

Роль математичної обробки, аналізу та перетворення дискретної інформації у галузях наукової, господарської та соціальних сферах. Місце дисципліни в системі природничих наук. Задачі дискретної математики.

Література:

Основна: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Додаткова: 2, 4, 6, 10, 11, 12.

Тема 2. Елементи теорії множин

Поняття множини. Способи подання множин. Скінченні та нескінченні множини. Потужність множин. Рівність множин. Універсальна множина. Булеван. Графічне зображення множин. Операції над множинами: об'єднання, перетин, різниця, симетрична різниця, доповнення. Діаграми Венна. Кола Ейлера. Алгебра множин. Закони алгебри множин: комутативний, асоціативний, дистрибутивний. Закони ідемпотентності, елімінації, інволюції, протиріччя, виключення третього, де Моргана. Властивості порожньої та універсальної множини. Рівнопотужні множини. Зліченні, незліченні, континуальні множини. Кортежі. Декартів добуток множин. Декартів степінь множин.

Література:

Основна: 1, 2, 4, 5. Додаткова: 1, 8, 9.

Тема 3. Відношення та функції

Поняття n-арного відношення. Бінарні відношення. Способи подання бінарних відношень на скінчених множинах (спісок, бінарна матриця, граф). Властивості бінарних відношень (рефлексивність, антирефлексивність, транзитивність, антитранзитивність, симетричність, антисиметричність, асиметричність). Операції над бінарними відношеннями (доповнення відношення, обернене відношення, композиція відношень, степінь відношення, переріз відношення, фактор – множина). Аналітичне доведення тотожностей. Відношення еквівалентності. Клас еквівалентності, система класів еквівалентності. Властивості класів еквівалентності. Відношення часткового порядку. Частково впорядкована множина. Порівнянні елементи. Тотально впорядкована множина. Діаграма Хассе. Відношення строгого порядку. Відношення толерантності. Застосування властивостей бінарних відношень. Замикання відношень. Алгоритм Уоршалла. Функціональні відношення. Область

визначення та область значень відношення. Відображення. Образ. Прообраз. Ін'єкція. Сюр'єкція. Біекція. Зворотна функція. Композиція функцій. Зростання функцій. Оцінки складності алгоритмів. Реляційна модель даних. Реляційна алгебра. Термінологія: кортежі, домени, атрибути. Операції реляційної алгебри (об'єднання, перетин, різниця, прямий добуток, обмеження, проекція, натуральне з'єднання, ділення).

Література:

Основна: 1, 2, 3, 5. Додаткова: 8, 9.

Тема 4. Основи комбінаторного аналізу

Основні об'єкти комбінаторики. Типи комбінаторних задач. Основні правила комбінаторики. Перестановки. Розміщення Сполучення. Біноміальні коефіцієнти. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона. Принцип включення - виключення.

Література:

Основна: 1, 2, 3, 5. Додаткова: 1, 8, 9.

Тема 5. Елементи загальної алгебри

N -арні операції. Арність операції, унарні операції, бінарні операції, записи infix, prefix, postfix, таблиця Келі, властивості операцій, обернений елемент, операції додавання та множення за модулем. Поняття алгебраїчної структури, підструктури. Гомоморфізм, ізоморфізм. Півгрупа, моноїд, група, абелева група. Кільця і поля. Верхня та нижня грані у частково упорядкованій множині. Решітка, повна решітка, одиниця і нуль решітки.

Література:

Основна: 3, 5. Додаткова: 8, 9.

Тема 6. Математична логіка

Ідея математизації логіки. Логіка висловлювань. Поняття атома, молекули, формули. Логічні зв'язки. Область дії логічних зв'язок. Загальнозначущі і заперечувальні формули. Значення істинності висловлювань. Закони логіки висловлювань. Побудова формул. Інтерпретація формул у логіці висловлювань. Логічні наслідки. Правила дедуктивних висновків логіки висловлювань. Кон'юнктивна нормальна форма (КНФ), диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ), перетворення довільної формули в одну з нормальних форм. Булеві змінні. Означення булевої функції. Способи задання булевих функцій (таблиця, формула). Булеві функції від однієї та двох змінних.

Ізоморфізм алгебри множин та булевої алгебри. Алгебра логіки. Елементарні функції алгебри логіки. Властивості операцій. Пріоритет операцій. Закони і тотожності алгебри логіки. Поняття формули. Еквівалентні формули. Доведення еквівалентності формул і побудова нових. Двоїсті булеві функції. Самодвоїсті булеві функції. Принцип двоїстості. Правило побудови двоїстих формул. Форми подання булевих функцій. Нормальні форми: ДНФ, ДДНФ, зведення ДНФ до ДДНФ, КНФ, ДКНФ, зведення КНФ до ДКНФ. Перехід від таблиці булевої функції до формули алгебри логіки і навпаки. Логіка першого ступеня (предикатів). Поняття предиката. Квантори. Область дії квантора. Закони логіки першого ступеня. Правильно побудовані формули. Інтерпретація формул. Випереджені нормальні форми: префікс, матриця формули. Алгоритм зведення довільної формули до випередженої нормальній формі.

Література:

Основна: 1, 2, 3, 4, 5.

Додаткова: 2, 3, 4, 7, 12.

Тема 7. Теорія графів

Основні означення та термінологія: простий граф, вершина, ребро, петля, підграф, псевдограф, орієнтовані графи, неорієнтовані графи, повний граф, порожній граф, дводольний граф, степінь вершини, однорідний граф. Зв'язок між степенями вершин та кількістю його ребер. Лема про рукостискання. Способи подання графів (спісок пар, геометричний, матриця суміжності, матриця інцидентності). Маршрут, ланцюг, шлях, цикл, контур. Властивості шляхів та циклів. Зв'язність графів. Компонента зв'язності. Типи зв'язності. Ізоморфні графи. Ейлерові графи. Необхідна і достатня умова існування ейлерового циклу. Алгоритм виділення ейлерового циклу. Гамільтонови графи. Умова існування гамільтонового ланцюгу і циклу. Планарні графи. Внутрішня грань. Зовнішня грань. Ейлерова характеристика поверхні. Гомеоморфні графи. Необхідна і достатня умова планарності. Алгоритм побудови плоского зображення графа. Відстані на графах. Графи з числовими характеристиками ребер (дуг). Відстань між двома вершинами на графі. Алгоритм визначення відстані між вершинами на графі з одиничними довжинами ребер. Алгоритм Дейкстри визначення відстані між вершинами на графі з довільними довжинами ребер. Дерево. Підрахунок числа дерев у графі. Ліс. Кістякове дерево. Цикломатичне число. Неорієнтовані та орієнтовані дерева. Основні поняття (корінь, кореневе дерево, листя, вузли, гілки, ребра, дуги). Властивості дерев. Термінологія для опису

відношень між вузлами дерева: корінь, батько, син, брати. Піддерево. N -арне дерево. Повне N -арне дерево. Порядок дерева. Бінарне дерево. Рівень вершини. Висота дерева. Глибина дерева. Задача Келлі. Зважений граф. Вага підграфа. Задача знаходження мінімального кістякового дерева (МКД) графа. Алгоритм Борувки. Код дерева. Алгоритм кодування дерев. Алгоритм декодування дерев. Бінарні дерева. Обхід дерев. Правила обходу бінарних дерев (прямий, внутрішній, зворотній). Форми запису виразів (префіксна, інфіксна, постфіксна). Мережі. Основні поняття (вхід, вихід, пропускна здатність, потік, насичена дуга, вільна дуга, зайнята дуга, повний потік, розріз мережі).

Література:

Основна: 2, 3, 4, 5, 6.

Додаткова: 3, 6, 7, 9, 10.

Тема 8. Теорія скінчених автоматів.

Основні поняття: вхідний алфавіт, вихідний алфавіт, автомат, схема автомата, односторонній автомат, тільки читаючий автомат, читаючий та пишучий автомат, пам'ять автомата, такт роботи автомата, керуючий пристрій, початкова та заключна конфігурація. Детермінований та недетермінований автомати. Розпізнавач, припустимий рядок. Скінчений автомат, автомат з виходом і без виходу, задання автомата таблицею і діаграмою станів. Реалізація с.д.а. (скінченого детермінованого автомата) за допомогою канонічних таблиць та рівнянь. Функціональний елемент. Тріггер. Побудова схем з функціональних елементів для автомата з пам'яттю, що описуються системою канонічних рівнянь. Аналіз скінчених автоматів: переходний стан, тупіковий стан, ізольований стан. Мінімізація автоматів. Алгоритм мінімізації автоматів. Автомати Мілі і Мура. Автомат з магазинною пам'яттю (МП-автомат), розпізнавання рядків автоматом. Еквівалентне розбиття множини станів автомата. Способи розбиття. Побудова детермінованих автоматів, еквівалентних заданному. Неповні автомати. Мінімізація неповних автоматів.

Література:

Основна: 3, 5, 6.

Додаткова: 2, 3, 5, 7, 11, 12.

ІІІ. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Тема	Кількість годин				Форми контролю	
	з них					
	Усього годин/ кредитів	Лекції	Практичні заняття/модульний контроль	Самостійна робота		
Тема 1. Предмет, методи і завдання дискретної математики	4	2	-	2	ДЗ	
Тема 2. Елементи теорії множин	14	4	4	6	О, ДЗ, ДКР	
Тема 3. Відношення та функції	24	6	6	12	Т, ДЗ, ДКР	
Тема 4. Основи комбінаторного аналізу	6	2	2	2	О, ДЗ,	
Тема 5. Елементи загальної алгебри	14	2	2	10	О, ДЗ, ДКР	
Тема 6. Математична логіка	44	18	18	8	О, ДЗ, ДКР	
Тема 7. Теорія графів	40	10	10	20	Т, ДЗ, ДКР	
Тема 8. Теорія скінчених автоматів.	30	8	6	16	О, ДЗ	
Модульний контроль	2		2		АКР	
Підсумковий контроль - екзамен						
Усього	180	52	48/2	78		

Т – тестування; О – опитування; ДЗ – перевірка домашнього завдання;
ДКР – домашня контрольна робота; АКР – аудиторна контрольна робота.

IV. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

відповідними моделями множин. Знати застосовувати закони алгебри множин, основні тотожності.	Література: Основна: 1, 2, 3, 4. Додаткова: 4, 6, 11.		
	Самостійна робота студентів: <i>Теоретичне завдання:</i> вивчення матеріалу лекції згідно програми. <i>Практичне завдання:</i> розібрати приклади задання множин, вміти виконувати операції на множинах.	3	
	ПЗ. 1. Закріплення знань основних понять теорії множин. Закріплення навичок виконання операцій над множинами.	2	2
	Лекція 3. Алгебра множин. Кортежі. Декартів добуток множин. 3.1. Поняття алгебри множин. 3.2. Закони алгебри множин. 3.3. Поняття kortежу. Декартів добуток множин.	2	
Zасвоїти основні поняття, означен-	Література: Основна: 1, 2, 3, 4, 5. Додаткова: 2, 3, 6.		
	Самостійна робота студентів: <i>Теоретичне завдання:</i> вивчення матеріалу лекції згідно програми. Вивчити закони алгебри множин. <i>Практичне завдання:</i> вміти користуватись законами алгебри множин, розібрати приклади знаходження декартового добутку множин.	3	
	ПЗ. 2. Закріплення знань і навичок з теорії множин. Вивчити і вміти використовувати закони алгебри множин.	2	2
	Тема 3. Відношення та функції. Лекція 4. Відношення.	2	

<p>Розуміти, що вивчає комбінаторний аналіз. Вміти підраховувати кількість об'єктів із певними властивостями.</p> <p>Розуміти принципи, що використовують в різних задачах підрахунку.</p>	<p>Тема 4. Основи комбінаторного аналізу.</p> <p>Лекція 7. Комбінаторика. Комбінаторні задачі.</p> <p>7.1. Основні об'єкти комбінаторики. Типи комбінаторних задач. Правило суми. Правило добутку.</p> <p>7.2. Розміщення. Перестановки. Сполучення.</p> <p>7.3. Біноміальні коефіцієнти. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля.</p> <p>7.4. Принцип включення - виключення.</p> <p>Література:</p> <p>Основна: 1, 2, 3, 5. Додаткова: 2, 4, 12.</p>	2
	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p><i>Теоретичне завдання:</i> вивчення матеріалу лекції згідно програми.</p> <p><i>Практичне завдання:</i> вміти підраховувати кількість об'єктів із певними властивостями. Знати принципи, що використовують в різних задачах підрахунку, вміти обчислювати кількість елементів в об'єднанні скінчених множин.</p>	2
	<p>ПЗ. 6. Закріплення теоретичних знань з основ комбінаторного аналізу. Розв'язування комбінаторних задач основних типів.</p>	2 2

	його ребра не мали спільних внутрішніх точок.		
ПЗ. 18.	Закріплення теоретичних та практичних навичок. Вміти виділяти ейлеровий цикл, гамільтоновий цикл в графі. Вміти будувати плоске зображення графа.	2	2
Лекція 20. Алгоритми пошуку найкоротших шляхів в графі.			
20.1.	Відстані на графах.		
20.2.	Алгоритм визначення відстані між вершинами на графі з одиничними довжинами ребер.	2	
20.3.	Алгоритм Дейкстри визначення відстані між вершинами на графі з довільними довжинами ребер.		
Література:			
Основна: 3, 5, 6.	Додаткова: 3, 5, 6, 9, 10, 11.		
Самостійна робота студентів:			
<i>Теоретичне завдання:</i>	вивчення матеріалу лекції згідно програми.		
<i>Практичне завдання:</i>	Вміти знаходити відстані на графах, вміти використовувати алгоритми визначення відстані між вершинами на графі з одиничними довжинами ребер та алгоритм Дейкстри визначення відстані між вершинами на графі з довільними довжинами ребер.	4	
ПЗ. 19.	Закріплення теоретичних знань. Перевірка практичного завдання. Набуття практичних навичок з пошуку мінімальних шляхів в графі різними методами.	2	2
Лекція 21-22. Дерева та мережі.			
21.1.	Поняття дерева, властивості дерев, ліс, кістякове дерево.	4	
21.2.	Орієнтовані та неорієнтовані дерева.		
21.3.	Знаходження мінімального кістякового дерева. Алгоритм		

V. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основний

1. Асеев Г. Г. *Дискретна математика.* /Г. Г. Асеев, О. М. Абрамова, Д.Э. Ситников. – К.: Кондор, - 2008. – 162 с.
2. Бардачов Ю. М. *Дискретна математика/* Ю. М. Бардачов, Н.А. Соколова, В.Є. Ходаков. – К.: Вища школа, 2002. – 288 с.
3. Бондаренко М. Ф. *Комп'ютерна дискретна математика* /М.Ф.Бондаренко, Н. В. Білоус, А. Г. Руткас. – Харків: Компанія СМІТ – 2004.- 480с.
4. *Борисенко О. А. Лекції з дискретної математики (множини і логіка)/ О.А. Борисенко – Суми: ВТД "Університетська книга", 2002. – 178 с.*
5. Нікольський Ю. В. *Дискретна математика/ Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина. –Л.: «Магнолія-2006». Львів – 2013. –432 с.*
6. *Пономаренко Л. А. Основи економічної кібернетики: Підручник/ Л. А. Пономаренко –К.: Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2002. – 432 с.*

Додатковий

1. Андерсон Д. *Дискретная математика и комбинаторика.* - СПб.: Вильямс, 2003. -958 с.
2. Люгер Д. *Искусственный интеллект.* -СПб.: Вильямс, 2003.-864 с.
3. Иванов Б. Н. *Дискретная математика (Алгоритмы и программы).* - М.: Лаборатория базовых знаний, 2001.-288с.
4. Корман Т. та ін. *Алгоритмы: построение и анализ/Т.Корман, Ч.Лейзерсон, Р. Ривест.* - М.:МЦНМО, 2001. -960с.
5. Карпов Ю. Г. *Теория автоматов.* СПб.: Питер, 2002.
6. Касьянов В. Н., Евстигнеев В. А. *Графы в программировании: обработка, визуализация и применение.* СПб.: БХВ - Петербург, 2003.
7. Кнут Д. *Искусство программирования.* - Т. 1. *Основные алгоритмы:* Учеб. пос.: Пер. с англ. -3-е изд. М.: Изд. Дом «Вильямс», 2000. -720с.
8. Новиков Ф. А. *Дискретная математика для программистов.* -СПб., Питер, 2001. -304 с.
9. Носов В.И., Берштейн Т. В., Носкова Н.В., Храмова Т.В. *Элементы теории графов: Учебное пособие.* - Новосибирск: СибГУТИ, 2008. - 107с.

10. Rosen K. Discrete Mathematics and Its Applications. McGraw-Hill. 2012. -904 p.
11. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. М.: Издательский дом «Вильямс», 2002.
12. Шалыто Л.А. Логическое управление. Методы аппаратной и программной реализации алгоритмов. СПб.: Наука, 2000.