

**КІЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**
СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ
**Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої
освіти**
сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015
Кафедра вищої та прикладної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО

вченого радою

(пост. п. 11 від 21 листопада 2019 р.)

Ректор



**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА
СТАТИСТИКА/**
**PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL
STATISTICS**

**РОБОЧА ПРОГРАМА/
SYLLABUS**

освітній ступінь	бакалавр	/	bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології	/	Information technology
спеціальність	124 Системний аналіз	/	System analysis
спеціалізація	Інформаційні технології та бізнес аналітика (Data Science)	/	Information technology and business analytics

Київ 2019

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
заборонено**

Автори: С.С. КАРТАШОВА, доктор біол. наук, професор,
канд. фіз. - матем. наук, доцент,
С.В. БІЛОУСОВА, кандидат фіз. - матем. наук, доцент

Розглянуто та затверджено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики 05 червня 2019 р., протокол № 18.

Рецензенти: Щетініна О.К., доктор фіз. – матем. наук, професор, зав. кафедри вищої та прикладної математики, Демідов П. Г., кандидат техн. наук, доцент кафедри інформаційних технологій, Роскладка А.А., доктор екон. наук, професор, зав. кафедри кібернетики та системного аналізу

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА
СТАТИСТИКА/
PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL
STATISTICS**

**РОБОЧА ПРОГРАМА/
SYLLABUS**

освітній ступінь	бакалавр	/	bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології	/	Information technology
спеціальність	124 Системний аналіз	/	System analysis
спеціалізація	Інформаційні технології та бізнес аналітика (Data Science)	/	Information technology and business analytics

Автори: КАРТАШОВА Світлана Степанівна
БІЛОУСОВА Світлана Вікторівна

I. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ (КОМПЕТЕНТНОСТІ), ЇЇ МІСЦЕ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ

Дисципліна «Теорія ймовірностей і математична статистика» відноситься до обов'язкових навчальних дисциплін базової частини циклу загальної підготовки і є складовою структурно-логічної схеми, що передбачена освітньо-професійною програмою підготовки бакалаврів за спеціальністю 124 «Системний аналіз».

Мета дисципліни: надати студентам необхідний рівень підготовки для формування базових знань достатніх для адекватного застосування теоретико - ймовірнісних методів та використання моделювання випадкових процесів при розв'язанні конкретних економічних задач прикладного характеру, а також забезпечення неперервності освіти.

Завдання дисципліни:

- ознайомити студентів із основними поняттями теорії ймовірностей та математичної статистики;
- навчити обчислювати ймовірності подій, користуючись різними означеннями ймовірностей та стандартними формулами;
- ознайомити з основними дискретними та неперервними розподілами; вміти знаходити числові характеристики випадкових величин;
- ознайомити зі стандартними задачами математичної статистики;
- навчити будувати точкові та інтервальні оцінки невідомих параметрів в задачах параметричної та непараметричної статистики;
- навчити здійснювати перевірку статистичних гіпотез та інтерпретувати отримані результати;
- здобути практичні навички побудови математико-статистичних моделей випадкових явищ та процесів, навчити користуватися сучасними прикладними пакетами статистичних програм, що призначенні для аналізу статистичної інформації.

Програма спрямована на набуття загальних та фахових компетентностей, які забезпечують подальше поглиблене вивчення комплексів технологій, продуктів, явищ чи процесів при залученні, на цифровій основі, обчислювальних, телекомуникаційних та мережевих можливостей у дослідженнях процесів розвитку цифрової економіки.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- аксіоматичний підхід до побудови ймовірнісного простору;

- класичний, геометричний, статистичний підходи до розв'язання задач обчислення ймовірностей випадкових подій;
- сумісні та несумісні, залежні та незалежні випадкові події, формули повної ймовірності та Байеса;
- закони розподілу ймовірностей випадкових величин дискретного, неперервного та абсолютно неперервного типу;
- найважливіші дискретні та абсолютно неперервні розподіли;
- основи теорії випадкових процесів;
- принципи побудови статистичної моделі досліджуваного процесу або явища за даними спостережень;
- основні методи побудови оцінок невідомих параметрів та перевірки статистичних гіпотез;
- область та принципи використання регресійного, факторного, кластерного, стандартного та непараметричного кореляційного аналізу.

Вміти:

- сприймати нову інформацію, аналізувати і узагальнювати, конкретизувати поставлену мету і вибирати шляхи її досягнення;
- використовувати правила обробки баз даних, отриманих в результаті прикладних стохастичних експериментів;
- формулювати прикладні завдання згідно з теоретико-ймовірністним підходом та застосовувати адекватні методи для їх вирішення;
- будувати математико-статистичні моделі досліджуваних процесів та явищ і проводити необхідні розрахунки в рамках побудованої моделі;
- володіти інструментарієм для вирішення прикладних математико-статистичних завдань у своїй предметно-фаховій області;
- застосовувати основні теоретико-ймовірністні закони у фахових дисциплінах та подальшій професійній діяльності разом із методами математичного аналізу і комп'ютерного моделювання, як теоретичного та і експериментального;
- самостійно опрацьовувати спеціальну літературу з теорії ймовірностей та статистики.

Місце в освітньому процесі. Викладення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» частково спирається на матеріал дисципліни «Вища та прикладна математика», а саме таких розділів, як «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Назва теми	Кількість годин				Форми контролю
	Всього годин/ кредитів	лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей	8	2	2	4	Т О
Тема 2. Класичний, статистичний та геометричний підходи до означення ймовірностей	14	4	4	6	Т О
Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєсса	14	4	4	6	АКР
Тема 4. Моделі повторних випробувань. Границні теореми Муавра-Лапласа, Бернуллі та Пуассона	9	2	2	5	ДКР Т
Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики	11	2	2	7	ІДЗ О
Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики	11	2	2	7	ІДЗ О
Тема 7. Найважливіші абсолютно неперервні розподіли, їх властивості	15	2	2	11	ІДЗ Т

та характеристики	числові					
Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні	11	2	2	7	ДКР	
Тема 9. Випадкові послідовності. Границні теореми.	11	2	2	7	ДКР	
Тема 10. Елементи теорії випадкових процесів та теорії масового обслуговування	11	2	2	7	IДЗ	
Тема 11. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки	11	2	2	7	ДКР, О, Т	
Тема 12. Методи параметричної та непараметричної оцінки параметрів	15	2	2	11	IЗ, ДКР	
Тема 13. Методи перевірки статистичних гіпотез	15	2	2	11	О, IЗ, АКР	
Тема 14. Елементи дисперсійного та регресійного аналізу. Поняття про факторний та кластерний аналіз даних статистичних спостережень	24	4	4	16	IЗ Т	
Разом	180/6	34	34	112		
Підсумковий контроль – Екзамен /письмово						

Скорочення: ДКР – домашня контрольна робота, О – опитування, IЗ – індивідуальне завдання, АКР – аудиторна контрольна робота, Т – тестування.

2. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год.
Знати: основні принципи побудови ймовірнісного простору як математичної моделі стохастичного експерименту; проведення операцій з випадковими подіями Вміти: будувати ймовірності на дискретному просторі	<p style="text-align: center;">Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей</p> <p>Лекція 1. Основні поняття теорії ймовірностей (презентація)</p> <p>1. Предмет та методи теорії ймовірностей. 2. Стохастичний експеримент: роль та місце при моделюванні соціально-економічних та природно-виробничих процесів, математична модель. 3. Випадкові події, операції над ними. 4. Елементи комбінаторики.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 3. Додатковий: 5,6. Інтернет- ресурси: 15.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо</p> <ul style="list-style-type: none"> - ознайомитися з методами дослідження наслідків стохастичного експерименту, його роль та місце при моделюванні соціально-економічних та природничих процесів - вивчити основні означення, класифікацію основних концепцій побудови 	2
		4

	<p>світового простору;</p> <ul style="list-style-type: none"> - розібрати основні поняття комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, перестановки, розміщення, сполучення та спосіб їх обчислення в середовищі MS Excel; - повторити основні поняття теорії множин. <p>Практичне застосування:</p> <ul style="list-style-type: none"> - візуалізація результатів побудови простору елементарних подій та дій з випадковими подіями засобами MS Office. <hr/> <p>Практичне заняття 1.</p> <p>Побудова математичних моделей стохастичних експериментів.</p>	2
Вміти: знаходити адекватний даним підхід до визначення ймовірностей; обчислювати ймовірності випадкових подій за класичним, статистичним та геометричним означенням.	<p>Тема 2. Класичний, статистичний та геометричний підходи до означення ймовірностей.</p> <p>Лекція 2. Класичне означення ймовірностей.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ймовірність на дискретному просторі елементарних наслідків стохастичного експерименту. 2. Геометричні ймовірності, діаграми Ейлера-Б'єна. Задача про зустріч 3. Статистичні ймовірності. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 3, 4. Додатковий: 5, 6, 15. Інтернет-ресурси: 16.</p> <hr/>	2

	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p> <ul style="list-style-type: none"> - вивчити принцип обчислення кількості неподільних наслідків у просторі елементарних подій з використанням «схеми урн»; - повторити методи обчислення площ фігур в R^2, об'ємів (площ поверхонь) тіл в R^3 із застосуванням інтегрального числення . <p>Практичне застосування: виконати IЗ на обчислення ймовірностей за класичною схемою з використанням функцій COMBIN та FACT в середовищі MS Excel.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 2.</p> <p>Обчислення ймовірностей випадкових подій в експериментах, що задовольняють класичній схемі. Обчислення ймовірностей з використанням діаграм Ейлера-В'єна.</p> <hr/> <p>Лекція 3. Аксіоматика теорії ймовірностей (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Простір елементарних подій. Алгебри та σ - алгебри випадкових подій. Елементи теорії міри. 2. Аксіоматичний підхід до побудови ймовірнісного простору, система аксіом А.М. Колмогорова. 3. Властивості ймовірностей. Теореми додавання випадкових подій, визначених на одному ймовірнісному просторі, та неперервності. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 3, 4.</p> <p>Додатковий: 5, 6, 12.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p>	3
		2
		2

	<p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p> <ul style="list-style-type: none"> - усвідомити положення при яких можливо застосовувати статистичне означення ймовірностей. <p>Практичне застосування:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати на вказаних прикладах (ІЗ) аксіоматичний підхід А.М. Колмогорова та його застосування до побудови імовірнісного простору за наслідками стохастичного експерименту; - розглянути задачу Бюффона (статистична оцінка числа π) та парадокс Бертрана як результат практичного застосування різних підходів до побудови імовірнісного простору . <hr/> <p>Практичне заняття 3. Обчислення імовірностей подій.</p>	3
Вміти: обчислювати умовні імовірності та користуватися теоремою добутку, зокрема, для встановлення незалежності випадкових	<p>Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій.</p> <p>Формули повної ймовірності та Байєса</p> <p>Лекція 4. Умовна ймовірність. Незалежність у сукупності <i>n</i> випадкових подій (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення умовної ймовірності. Теорема добутку для двох випадкових подій. 2. Поняття попарної незалежності випадкових подій. 3. Незалежність випадкових подій у сукупності та теорема добутку для них. 	2

<p>подій.</p> <p>Коректно будувати повну групу гіпотез при аналізу наслідків стохастичного експерименту та знаходити їх апріорні ймовірності.</p> <p>Користуватися формулою повної ймовірності при обчисленні ймовірностей подій. Знаходити апостеріорні ймовірності за формулами Байєсса.</p>	<p>4. Встановлення незалежності (залежності) двох та більше ознак досліджуваного явища за допомого умовних ймовірностей. Приклади розв'язання типових задач</p> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 3, 4, 5, 6.</p> <p>Додатковий: 5, 6, 14.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p> <ul style="list-style-type: none"> - вивчити означення умовної ймовірності; - засвоїти застосування теореми добутку для декількох довільних подій; - розібратися у різниці між попарною незалежністю та незалежністю у сукупності щодо випадкових подій. - приклад С. Бернштейна про різницю між попарною незалежністю та незалежністю у сукупності . <p>Практичне застосування: виконати ІЗ на обчислення умовних ймовірностей та на встановлення незалежності (залежності) випадкових подій з використанням MS Excel.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 4.</p> <p>Розв'язання типових задач з використанням умовної ймовірності, теорем добутку для декількох випадкових подій.</p>	<p style="text-align: center;">3</p> <hr/> <p style="text-align: center;">2</p>
--	--	---

	<p>Лекція 5. Формули повної ймовірності та Байєсса. (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Повна група гіпотез. Приклади побудови. Властивості. 2. Формула повної ймовірності. 3. Апіорні та апостеріорні ймовірності гіпотез. 4. Формули Байєсса. 5. Принципи використання байєсовського підходу при послідовній процедурі прийняття рішень. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4.</p> <p>Додатковий: 5, 6, 10, 13.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опанувати основними методами побудови повної групи подій, або гіпотез; - розібрати метод обчислення ймовірностей випадкових подій в умовах невизначеності за формулою повної ймовірності; - вивчити формулі Байєсса для обчислення апостеріорних ймовірностей гіпотез та сформувати поняття байєсовського підходу до прийняття статистичних рішень. <p>Практичне застосування: виконати ДЗ на обчислення ймовірностей випадкових подій з використанням формул повної ймовірності та на знаходження апостеріорних ймовірностей гіпотез з використанням MS Excel.</p>	2
		3

	<p>Практичне заняття 5.</p> <p>Побудова повної група гіпотез в практичних задачах дослідження стохастичних експериментів. Застосування формула повної ймовірності. Обчислення апостеріорних ймовірностей гіпотез. Байєссовський підхід.</p>	2
Знати: задачі, до розв'язування яких можна застосовувати схему Бернуллі Вміти: подавати структуру стохастичних експериментів через модель повторних незалежних випробувань; знаходити найвірогідніше число подій, шукані ймовірності.	<p>Тема 4. Моделі повторних випробувань. Границі теореми Муавра-Лапласа, Бернуллі та Пуассона</p> <p>Лекція 6. (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. 2. Розподіл числа успіхів в n стохастичних експериментах. Найвірогідніше число успіхів. 3. Локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. 4. Теореми Бернуллі та Пуассона при дослідженні «рідкісних» подій <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 3. Додатковий: 5, 6, 10, 11. Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - повторити (пригадати) означення невласного інтегралу I роду, зокрема інтегралу Ейлера-Пуассона. 	2 5

	<p>Практичне застосування: виконати ДКР на обчислення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - наближеної ймовірності вказаних подій (індивідуальне завдання) з використанням граничних теорем та за допомогою функції NORM.DIST, POISSON.DIST в MS Excel. <hr/> <p>Практичне заняття 6.</p> <p>Обчислення точних значень біноміальних ймовірностей та найвірогіднішого число успіхів при проведенні незалежних випробувань за схемою Бернуллі. <i>Наближені методи обчислення біноміальних ймовірностей за теоремами Муавра-Лапласа та їх точність при залученні функції NORM.DIST в MS Excel. «Рідкісні» події. Формула Пуассона: приклади задач та розрахунки за допомогою функції POISSON.DIST в MS Excel.</i></p>	2
Знати: найважливіші дискретні розподіли: вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона,	<p>Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики</p> <p>Лекція 7. (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення випадкових величин та їх класифікація. 2. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Таблиця та полігон розподілу. 3. Числові характеристики розподілу, їх властивості. 4. Основні закони дискретних розподілів (вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, геометричний розподіл) формальне визначення, числові характеристики та графічне представлення. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 3, 5, 6. 1; 4; 5; 6; 7.</p>	2

<p>геометричний розподіл.</p> <p>Вміти:</p> <p>будувати закони розподілу дискретних випадкових величин та обчислювати їх числові характеристики; визначати економічний зміст числових характеристик, надавати їм відповідну інтерпретацію.</p>	<p>Додатковий: 5; 6; 10, 14. Інтернет- ресурси: 15.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - ознайомитися (керівництво користувача, або HELP) з роботою модуля описові статистики пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel. <p>Практичне застосування: виконати, з використанням MS Excel, ІДЗ на обчислення (таблиця розподілу, числові характеристики) заданої дискретної випадкової величини та розподілу ймовірностей числа успіхів при проведенні <i>n</i> незалежних випробувань з використанням біноміального розподілу в середовищі MS Excel (функція BINOM.DIST ($B(n,p)$) та визначити їх найвірогідніше число.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 7.</p> <p>Знаходження закону розподілу дискретної випадкової величини, побудова полігону розподілу, числові характеристики розподілу ймовірностей: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти.</p> <p><i>Таблиця та полігон розподілу, їх представлення в середовищі MS Excel. Використання найважливіших дискретних розподілів (вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, геометричний розподіл) для розв'язання типових практичних задач в MS Excel за допомогою функцій BINOM.DIST, NEGBINOM.DIST, HYPGEOM.DIST.</i></p>	<p style="text-align: center;">7</p> <hr/> <p style="text-align: center;">2</p>
---	--	---

<p>Вміти:</p> <p>будувати функцію розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин загального типу; знаходити щільність розподілу ймовірностей та числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин.</p>	<p>Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.</p> <p>Лекція 8.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. 2. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. 3. Перетворення випадкових величин. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин. 4. Характеристична та виробляюча функції. Квантилі. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 4.</p> <p>Додатковий: 5, 6, 10.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - повторити основи диференціального та інтегрального числення функції однієї змінної . <p>Практичне застосування: виконати ІЗ на</p> <ul style="list-style-type: none"> - використання функції розподілу при розв'язанні типових прикладів на обчислення ймовірностей вказаних подій; - знаходження щільності розподілу абсолютно неперервних випадкових величин та їх основних числових характеристик, означеніх в лекційному матеріалі. 	<p>2</p> <p>7</p>
--	--	-------------------

	<p>Практичне заняття 8.</p> <p>Знаходження та дослідження функцій розподілу та щільності неперервної випадкової величини. Приклади розв'язання типових задач на побудову функції та щільності розподілу, обчислення їх характеристик засобами MS Excel.</p>	2
Вміти: застосовувати найважливіші параметричні розподіли при вирішенні практичних задач.	<p>Тема 7. Найважливіші абсолютно неперервні розподіли, їх властивості та числові характеристики</p> <p>Лекція 9.</p> <p>1. Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики.</p> <p>2. Показниковий (експоненціальний) закон розподілу. Властивість відсутності післядії.</p> <p>3. Нормальний закон розподілу ймовірностей, його стандартне представлення та правило трьох σ.</p> <p>4. Розподіли χ-квадрат, Стьюдента та Фішера: квантилі, ступені свободи та їх зв'язок з нормальним розподілом.</p> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 2, 3.</p> <p>Додатковий: 5, 6, 10, 13, 14.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - розглянути можливість візуалізації найважливіших розподілів 	2
		11

	<p>використанням функцій RAND, EXPON.DIST, GAMMA.DIST, NORM.DIST, RND, WEIBULL.DIST, LOGNORM.DIST, T.DIST, CHIQ.DIST, F.DIST в середовищі MS Excel. Гамма-розподіл. Розподіл Вейбулла. Логарифмічно-нормальний розподіл.</p> <p>Практичне застосування. Виконати ДЗ на використання рівномірного, експоненціального та нормального розподілів при розв'язанні прикладних задач, згідно з отриманим індивідуальним завданням.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 9.</p> <p>Типові задачі на застосування рівномірного закону розподілу.</p> <p>Показниковий закон розподілу. Властивість відсутності післядії. Функція надійності. Приклади розв'язання практичних задач з використанням нормального та пов'язаних з ним законів розподілу за допомогою функції NORM.DIST та ін. в середовищі засобами MS Excel. Правило трьох сигм та його застосування.</p>	2
Знати: основні принципи побудови сумісного розподілу компонент випадкового вектора. Вміти: знаходити	<p>Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні.</p> <p>Лекція 10.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення випадкового вектора: сумісний, маргінальний та умовний закони розподілу ймовірностей його компонент. 2. Безумовні, умовні та маргінальні числові характеристики системи дискретних та абсолютно неперервних випадкових величин. 3. Коваріація та коефіцієнт кореляції як міра залежності двох випадкових величин: визначення, властивості, обчислення. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2.</p>	2

<p>маргінальні та умовні числові характеристики випадкового вектора.</p>	<p>Додатковий: 5, 6, 14. Інтернет- ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: навчитися знаходити закони розподілу ймовірностей (сумісний, маргінальні, умовні) та відповідні числові характеристики випадкового двомірного випадкового вектора як дискретного, так і абсолютно неперервного типу.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на обчислення числових характеристик випадкових векторів.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 10.</p> <p>Побудова сумісного та маргінальних законів розподілу системи з двох випадкових величин. Числові характеристики системи з випадкових величин: маргінальні та умовні. Методи їх обчислення та аналіз. Обчислення коефіцієнтів коваріації та кореляції. Двомірний нормальній розподіл, його числові характеристики та властивості.</p>	<p>7</p>
<p>Здатність отримувати оцінки ймовірностей подій, застосовуючи нерівність Чебищева та її узагальнення.</p>	<p>Тема 9. Випадкові послідовності. Границні теореми.</p> <p>Лекція 11. (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Теореми Чебищева, Маркова, та Бернуллі. 2. Види збіжності послідовностей випадкових величин: за ймовірністю, майже напевне, за розподілом. 3. Закони великих чисел, умови їх виконання та значення при побудові точкових статистичних оцінок. 4. Центральна границна теорема – теоретична база для побудови 	

<p>Використовувати ЗВЧ та ЦГТ при аналізу даних статистичних спостережень.</p>	<p><i>інтервальних статистичних оцінок.</i></p> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 2, 3.</p> <p>Додатковий: 5, 6.</p> <p>Інтернет- ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення. Опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела, особливо:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розібрати різні види збіжності випадкових величин: за ймовірністю, майже напевне, слабка збіжність; - опрацювати основні типи задач на застосування нерівності Чебишева, ЗВЧ, ЦГТ. <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на обчислення верхніх та нижніх границь оцінки ймовірностей випадкових подій за узагальненою нерівністю Чебишева щодо відхилень випадкових величин від середнього (математичного очікування).</p> <hr/> <p>Практичне заняття 11.</p> <p>Приклади використання нерівностей Маркова, Чебишева та Бернуллі у прикладних задачах при оцінки ймовірностей відхилень частотних характеристик від теоретичних.</p> <p>Основні стандартні методи перевірка умов виконання закону великих чисел та центральна гранична теорема. Приклади застосування.</p>	<p>7</p> <p>2</p>
--	--	-------------------

<p>Знати: означення випадкового процесу.</p> <p>Вміти: знаходити коваріаційну та кореляційну функції та застосовувати властивості потоків випадкових подій при розв'язанні задач щодо систем масового обслуговування.</p>	<p>Тема 10. Елементи теорії випадкових процесів та теорії масового обслуговування</p> <p>Лекція 12. Випадкові процеси. (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Визначення випадкового процесу. Стационарні та ергодичні випадкові процеси та їх характеристики. 2. Марківські процеси. 3. Ланцюги Маркова з дискретним та неперервним часом. 4. Поняття про випадковий потік подій. Найпростіший потік: Пуассонівський процес. 5. Основні поняття теорії масового обслуговування. Марківські системи масового обслуговування. 6. Класифікація систем масового обслуговування. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 3, 4.</p> <p>Додатковий: 2, 3, 6, 7.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - повторити звичайні диференціальні рівняння; - повторити теорію матриць. <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на застосування харківських процесів та пуассонівського потоку подій в системах масового обслуговування</p>	<p>2</p> <p>-----</p> <p>7</p> <p>-----</p>
---	--	---

	<p>обслуговування.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 12.</p> <p>Випадкові процеси та випадкові послідовності. Основні поняття та означення. Стационарні та ергодичні випадкові процеси. Функція кореляції та її властивості. Ланцюги Маркова з дискретним та неперервним часом. Визначення та класифікація станів за асимптотичною властивістю перехідних ймовірностей. Випадковий потік подій. Найпростіший потік та Пуассонівський процес.</p> <p>Марківські системи масового обслуговування. Системи масового обслуговування з відмовами.</p>	2
Знати: основні положення вибіркового методу. Вміти: будувати емпіричну функцію розподілу, гістограму та вибіркові моменти за даними статистичного	<p>Тема 11. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки</p> <p>Лекція 13. (презентація)</p> <p><i>1. Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл. Означення статистичної оцінки.</i></p> <p><i>2. Незміщеність, конзистентність та асимптотична нормальність статистичних оцінок теоретичних характеристик невідомих розподілів досліджуваних ознак.</i></p> <p><i>3. Емпірична функція розподілу та гістограма. Вибіркові моменти та їх властивості.</i></p> <p><i>4. Груповані дані вибіркових спостережень.</i></p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 4.</p>	2

<p>спостереження; оцінювати невідомі параметри розподілу даних за методом моментів та максимальної вірогідності; користуватися алгоритмом побудови інтервальних оцінок невідомих параметрів розподілу.</p>	<p>Додатковий: 5, 6, 11, 12, 13, 14. Інтернет- ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; - опрацювати керівництво користувача щодо застосування модуля «Описові статистики» пакету «Аналіз даних» (середовище MS Excel) для обчислення статистичних (вибіркових) оцінок. <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на побудову емпіричної функції розподілу та гістограми за результатами видільних спостережень та обчислити основні статистичні (видількові) оцінки з використанням засобів MS Excel</p> <hr/> <p>Практичне заняття 14.</p> <p>Видільний розподіл та його характеристики. Застосування модуля «Описові статистики» пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel при обчисленні статистичних оцінок. Побудова емпіричної функції розподілу та гістограми за результатами проведених видільних спостережень в середовищі MS Excel. Обчислення основних статистичних (видількових) оцінок теоретичних характеристик досліджуваних ознак.</p>	<p>7</p> <hr/> <p>2</p>
<p>Вміти: оцінювати</p>	<p>Тема 12. Методи параметричної та непараметричної оцінки параметрів</p>	

<p>невідомі параметри розподілу даних за методом моментів та максимальної вірогідності; користуватися алгоритмом побудови інтервальних оцінок невідомих параметрів розподілу.</p>	<p>Лекція 15. Точкові та Інтервальні оцінки невідомих параметрів розподілів даних статистичних спостережень (презентація)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Точкові оцінки щодо параметричної та непараметричної сукупності розподілів. 2. Методи знаходження оцінок: метод моментів та метод максимальної вірогідності. 3. Порівняння точкових оцінок. 4. Інтервальні оцінки. 5. Загальний алгоритм побудови інтервальних оцінок. 6. Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі. <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 4.</p> <p>Додатковий: 9, 10, 12, 13.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опрацювати лекційний матеріал, спираючись на рекомендовані джерела; <p>Практичне застосування: виконання ІНДЗ з використанням засобів MS Excel на застосування методу моментів та максимальної вірогідності до побудови оцінок невідомих параметрів найважливіших розподілів (біноміальний, Пуассона, рівномірний, показників, нормальній) за наявними даними вибіркових статистичних спостережень.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 14.</p> <p>Методи моментів та максимальної вірогідності. Приклади побудови для</p>	<p>2</p> <p>-----</p> <p>11</p> <p>-----</p> <p>2</p>
---	---	---

	найважливіших розподілів. Інтервалні оцінки для нормальної статистичної моделі, їх практична побудова для наявних даних статистичних спостережень за допомогою функцій CONFIDENCE.NORM та CONFIDENCE.T в середовищі MS Excel.	
Знати: загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Вміти: визначати рівень значущості та потужність застосованого до наявних даних спостережень статистичного критерію.	<p>Тема 13. Методи перевірки статистичних гіпотез</p> <p>Лекція 15.</p> <p>1. Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез та потужність критерію.</p> <p>2. Критерії узгодженості: Колмогорова- Смірнова; Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність.</p> <p>3. Критерії Стьюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій.</p> <p>4. Критерій хі-квадрат про єдину дисперсію для нормальної статистичної моделі.</p> <p>5. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій для нормальної статистичної моделі.</p> <p>6. Медіанний непараметричний критерій. Критерії знаків та пар. Умови застосування.</p> <p>7. Непараметричні критерії некорельованості. Коefіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кендала.</p> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1, 4.</p> <p>Додатковий: 8, 10, 11.</p> <p>Інтернет- ресурси: 15.</p>	2

	<p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: згідно з матеріалом лекції та рекомендованою літературою розібрати та вивчити алгоритм перевірки статистичних гіпотез; засвоїти зв'язок між рівнем значущості та потужністю статистичного критерію (типи помилок при застосуванні статистичних критеріїв) та реальні способи керування ними.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІЗ на перевірку статистичних гіпотез про узгодженість розподілів, середнє та дисперсію.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 15.</p> <p>Критерії щодо перевірки значень середнього та дисперсії.</p> <p>Критерій узгодженості даних статистичних спостережень певному розподілу. Критерій перевірки взаємозалежності. Медіанний критерій, критерії знаків та пар. Непараметричні критерії некорельованості: коефіцієнти Кендала та Спірмена. Критерій перевірки взаємозалежності. Дисперсійний аналіз за однією та двома ознаками: алгоритм застосування та проведення у середовищі MS Excel із застосуванням пакету «Аналіз даних».</p>	11
Знати: умови та доцільність застосування дисперсійного	<p>Тема 14. Елементи дисперсійного та регресійного аналізу даних спостережень. Поняття про факторний та кластерний аналіз</p> <p>Лекція 16. Елементи одно - факторного та двох факторного дисперсійного аналізу даних спостережень. (презентація)</p> <p>1. Постановка задачі, основні положення та сфери застосування</p>	2

<p>аналізу.</p> <p>Вміти:</p> <p>проводити необхідні обчислення за даними статистичних спостережень із залученням пакетів прикладних програм (ППП), інтерпретувати отримані результати, робити адекватні статистичні висновки.</p>	<p>дисперсійного аналізу</p> <p>2. Дисперсійний аналіз за однією ознакою для перевірки рівності декількох середніх.</p> <p>3. Непараметричний критерій Краскала-Уоліса для декількох незалежних вибірок.</p> <p>4. Дисперсійний аналіз за двома ознаками для залежних (парних) виборок перевірки рівності декількох середніх.</p> <p>5. Непараметричний дисперсійний аналіз Фрідмана за двома ознаками для залежних вибірок.</p> <hr/> <p>Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 4.</p> <p>Додатковий: 6, 11.</p> <p>Інтернет-ресурси: 15.</p> <hr/> <p>Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: опрацювати матеріал лекції зі використанням рекомендовані джерела, особливу увагу звернути на документацію щодо структури та функцій основних модулів пакету прикладних програм «Statistica-6», тобто опрацювати основні положення керівництва користувача</p> <p>Практичне застосування: виконання ІНДЗ з використанням ППП «Statistica-6».</p> <hr/> <p>Практичне заняття 16.</p> <p>Покроковий алгоритм реалізації однофакторного параметричного дисперсійного аналізу: форма запису даних, статистична модель, гіпотези,</p>	<hr/> <p style="text-align: center;">8</p> <hr/> <p style="text-align: center;">2</p>
---	---	---

	<p>критична область, обчислення критеріальної статистики. Типові приклади застосування. Побудова таблиці однофакторного дисперсійного аналізу (ANOVA) із використанням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel. Практичні приклади та інтерпретація результатів (статистичні висновки). Загальна процедура застосування параметричного та непараметричного (за Фрідманом) двофакторного дисперсійного аналізу для парних вибірок. Практичні приклади розв'язання із використанням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.</p>	
Знати: побудову моделі парної регресії, оцінювати її коефіцієнти за методом найменших квадратів, перевіряти їх на значущість та знаходити прогноз в межах зміни фактору впливу (пояснювальної змінної), проводити всі	<p><i>Лекція 17. Елементи регресійного аналізу даних спостережень. (презентація)</i></p> <p>1. Постановка задачі регресійного аналізу у вибікових дослідженнях. Аproxимаційні моделі.</p> <p>2. Визначення параметрів апроксимуючих функцій за методом найменших квадратів. Визначення рівнянь лінійної регресії.</p> <p>3. Критерій Фішера перевірки адекватності моделі. Оцінка значущості параметрів регресії.</p> <p>4. Інтервальний прогноз на основі лінійного рівняння регресії.</p> <p style="text-align: center;">Список рекомендованих джерел:</p> <p>Основний: 1-4.</p> <p>Додатковий: 6-11.</p> <p>Інтернет- ресурси: 15.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">Самостійна робота студентів:</p> <p>Теоретичні положення: опрацювати матеріал лекції зі використанням рекомендованих джерел, особливу увагу звернути на документацію щодо</p>	2
		----- 8

необхідні розрахунки в середовищі пакетів прикладних програм (ППП).	<p>структурі та функцій модулю «регресія» пакету прикладних програм «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.</p> <p>Практичне застосування: виконання ІНДЗ на застосування регресійного аналізу до наявних даних спостережень з використанням ППП «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.</p> <hr/> <p>Практичне заняття 17.</p> <p>Апроксимаційні моделі регресійного аналізу. Метод найменших квадратів: обчислювальні формули для оцінки параметрів выбраної статистичної моделі. Побудова лінії регресії, інтервальні оцінки параметрів, перевірка на значущість виявленого тренду. Прогноз в межах змін пояснюваної ознаки. <i>Практичні приклади розв'язання із застосуванням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel</i></p>	----- 2
Разом		180/6

* - з виділенням курсивом питань, які розглядаються із застосуванням інтерактивних методів навчання

4. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ**

Основний

1. Барковський В.В. *Теорія ймовірностей та математична статистика: підручник/ В.В. Барковський, Н.В. Барковська, О.К. Лопатін.* — К.: Центр учебової літератури, 2010. — 424 с.
2. Голомозий В.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики : навч. посібник / В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. — К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. — 366 с.
3. Донченко В. С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук : навч. посіб. / В. С. Донченко, М. В.-С. Сидоров. — К.: ВПЦ "Київський університет", 2015. — 400 с
4. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посібн. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов. К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.
5. Карташова С.С. *Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум. Навч. посібник для студ. вищ. навч. закл. / С.С. Карташова, В.В. Рязанцева.* — К.: КНТЕУ, 2012.— 240 с.
6. Сеньо П.С. Випадкові процеси: [підручник для студентів ВНЗ] / П.С. Сеньо. — Львів : Компакт, 2006. — 288 с.
7. Suhov, Y. and Kelbert, M. Probability and statistics by example. Vol.2. Markov chains: a primer in random processes and their applications. Cambridge University press, 2008.

ДОДАТКОВИЙ

1. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ. Пер. с англ.// Н. Дрейпер, Г. Смит. - М.: «Диалектика», 2007 - 912 с.
2. Дынкин Е.Б. Теоремы и задачи о процессах Маркова / Е.Б. Дынкин, А.А. Юшкевич. – М. : Наука, 1967. – 232 с.
3. Дуб Дж. Л. *Вероятностные процессы / Дж. Л. Дуб.* – М. : ИЛ. – 1964. – 608 с.
4. Иберла К. Факторный анализ. Пер. с англ. / К. Берла. - М.: Статистика, 1980 - 398 с.

5. Карташов М. В. Теорія ймовірностей і математична статистика: підруч. для студ. вищ. навч. закл. / М. В. Карташов. - К. : Київський університет, 2009. - 480 с.
6. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика : Посібник. -- К.: Київський університет, 2008.- 494 с.
7. Леви П. Стохастические процессы и броуновское движение / П. Леви. – М. : Наука, 1972. – 375 с.
8. Леман Э. Проверка статистических гипотез. Пер. с англ. / Э.Леман. - М.: Наука, 1979.- 418 с.
9. Леман Э. Теория точечного оценивания. Пер. с англ. / Э.Леман. - М.: Наука, 1991.- 397 с.
10. Поллард Дж. Справочник по вычислительным методам статистики. Пер. с англ. / Дж. Поллард. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 344 с.
11. Тьюки Д.В. Анализ результатов наблюдений. Пер. с англ. / Д.В. Тьюки. -М.: Мир, 1981. - 693с.
12. Уилкс С. Математическая статистика / С. Уилкс. - М.: Наука, 1967.- 308 с.
13. Левин Д.М. Статистика для менеджеров с использованием Microsoft Excel. Пер. с англ. / Левин, Дэвид М., Стефан, Дэвид, Кребиль, Тимоти С, Беренсон, Марк Л. –4-е изд.: Пер. с англ. –М.: "Вильямс", 2004. –1312 с.
14. Сигел Э. Практическая бизнес-статистика. Пер. с англ. / Сигел Э. – М. : "Вильямс", 2002.- 1056 с.

Інтернет ресурси

15. STATISTICA Base. [Электронный ресурс] // Режим доступу: http://statsoft.com/products/STATISTICA_Base/

***Курсивом зазначені джерела, що є в наявності у бібліотеці
Київського національного торговельно-економічного університету.*