

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ**

**Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої освіти  
сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015**

**Кафедра цифрової економіки та системного аналізу**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

вченою радою

(пост. п. від «23» серпня 2020р.)

Ректор

А. А. Мазаракі



**ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ/  
OPTIMIZATION METHODS AND MODELS**

**ПРОГРАМА/  
COURSE SUMMARY**

**Київ 2020**

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ  
заборонено**

Автор: Н. В. Геселева, кандидат технічних наук, доцент

Програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри цифрової економіки та системного аналізу 02.03.2020 р., протокол № 7

Рецензенти: В.В. Кулаженко, кандидат економічних наук

М.Г. Шарафутдінов, директор з розвитку «CR&D» inc.,  
координатор спільноти ODOO в Україні, бізнес-аналітик

**ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ/  
OPTIMIZATION METHODS AND MODELS**

**ПРОГРАМА/  
COURSE SUMMARY**

## **ВСТУП**

Програма дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» призначена для здобувачів початкового рівня вищої освіти ОС «молодший бакалавр», галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 122 «Комп'ютерні науки», спеціалізації «Комп'ютерні науки».

Програма складається з таких розділів:

1. Мета, завдання та предмет дисципліни.
2. Передумови вивчення дисципліни як вибіркової компоненти освітньої програми.
3. Результати вивчення дисципліни.
4. Зміст дисципліни.
5. Список рекомендованих джерел.

### ***1. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА ПРЕДМЕТ ДИСЦИПЛІНИ***

*Метою* вивчення дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» є формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей до логічного мислення на основі систематичного засвоєння засобів оптимізації та дослідження операцій, а також формування у студентів вміння застосовувати сучасні методи математичного моделювання та теорії оптимізації в науці, економіці та інших галузях.

*Завданням* дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» є ознайомлення студентів з основними поняттями та засобами методів оптимізації та дослідження операцій, як інструментарію для подання і обробки інформації, формування у студентів навичок математичного моделювання задачами оптимізації та розв'язування цих задач.

*Предметом* вивчення дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» є моделі прикладних економічних задач оптимізації управління і методи розв'язування цих задач.

### ***2. ПЕРЕДУМОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ ЯК ВИБІРКОВОЇ КОМПОНЕНТИ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ***

*знання*

- основ вищої та прикладної математики;
- теорії ймовірностей та математичної статистики;

*вміння*

- вільно працювати з офісними додатками *MicrosoftWord*, *MicrosoftExcel*.

### ***3. РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ***

Дисципліна «Оптимізаційні методи та моделі», як обов'язкова компонента освітньо-професійної програми, забезпечує оволодіння студентами загальними та фаховими компетентностями і досягнення ними програмних результатів навчання за такими освітньо-професійними програмами:

*Комп'ютерні науки (ОС молодший бакалавр)*

Номер в освітній програмі	Зміст компетентності	Номер теми, що розкриває зміст компетентності
<i>Загальні компетентності за освітньою програмою</i>		
ЗК1	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу	1, 2, 3, 6, 8, 10, 11, 12
ЗК2	Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12
ЗК6	Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями	1, 3, 4, 5, 7, 10, 11
<i>Спеціальні (фахові, предметні) компетентності за освітньою програмою</i>		
СК1	Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування	1, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 12
СК4	Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12
СК5	Здатність здійснювати формалізований опис задач дослідження операцій в організаційно-технічних і соціально-економічних системах різного призначення, визначати їх оптимальні розв'язки, будувати моделі оптимального управління з урахуванням змін економічної ситуації, оптимізувати процеси управління в системах різного призначення та рівня ієрархії	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12
СК7	Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12
<i>Програмні результати навчання за освітньою програмою</i>		
ПР2	Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

	теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації	
ПР6	Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
ПР7	Розуміти принципи моделювання організаційно-технічних систем і операцій; використовувати методи дослідження операцій, розв'язання одно- та багатокритеріальних оптимізаційних задач лінійного, цілочисельного, нелінійного, стохастичного програмування	1, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

#### **4. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ**

##### **ТЕМА 1. Лінійні оптимізаційні методи і моделі.**

Предмет дослідження операцій. Поняття моделі і моделювання. Типи моделей. Класифікація математичних моделей. Етапи побудови математичної моделі. Загальна постановка задачі дослідження операцій. Загальна постановка задачі лінійного програмування. Приклади задач лінійного програмування. Допустима область, її властивості. Оптимальні розв'язки і вершини допустимої області. Стандартна та канонічна форма задачі. Критерій оптимальності. Ознака необмеженості цільової функції.

Вирішення задач оптимального виробничого планування, задач про оптимальний склад суміші, задач про оптимальний склад раціону харчування, задач про оптимальний розкрій матеріалів, стохастичних задач комплектування парку верстатів.

##### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,13-15.

*Інтернет-джерела:* 21,22,26.

##### **ТЕМА 2. Графічний метод у лінійній оптимізації.**

Геометрична інтерпретація лінійної моделі. Многогранник допустимих розв'язків та його побудова. Особливі випадки геометричної інтерпретації. Графічний метод розв'язування задачі лінійного програмування. Алгоритм графічного методу. Нестандартні випадки графічного методу (необмеженість, виродженість, нескінченна кількість розв'язків).

Вирішення задач оптимального виробничого планування для продукції двох видів.

##### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1- 5.  
*Додатковий:* 6,13-15.  
*Інтернет-джерела:* 23.

### **ТЕМА 3. Аналітичні методи для лінійних оптимізаційних задач**

Симплекс-перетворення. Симплекс-метод. Критерій оптимальності базисного розв'язку. Метод штучного базису (М-метод). Модифікований симплекс-метод. Двоїстість у лінійному програмуванні. Двоїсті задачі лінійного програмування. Теорема двоїстості. Двоїстий симплекс-метод. Економічна інтерпретація двоїстих задач.

Післяоптимізаційний економічний аналіз задач оптимального виробничого планування: визначення статусу ресурсів, оцінка рентабельності продукції; оцінка впливу заміни запасів дефіцитних ресурсів на збільшення виручки підприємства; визначення меж зміни ціни одиниці продукції, меж зміни запасів ресурсів.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.  
*Додатковий:* 6,9,13-20.  
*Інтернет-джерела:* 21, 24- 26

### **ТЕМА 4. Задача про призначення**

Постановка задачі про призначення. Властивості задач про призначення. Типові економічні задачі про призначення. Математична модель задачі про призначення. Алгоритм угорського методу. Побудова циклу та критерій оптимальності для задач про призначення. Практична реалізація угорського методу. Вирішення задач оптимального розподілу робіт між виконавцями.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1- 5.  
*Додатковий:* 6,13-15.  
*Інтернет-джерела:* 21, 26.

### **ТЕМА 5. Транспортна задача та її модифікації**

Задачі транспортного типу. Постановка транспортної задачі. Математична модель транспортної задачі. Складання транспортної таблиці. Відкриті транспортні задачі. Методи знаходження опорного плану. Метод північно-західного кута. Метод мінімального елемента. Метод подвійної переваги. Критерій оптимальності та нерозв'язності задач транспортного типу. Метод потенціалів. Метод апроксимації Фогеля. Перерахунок клітин транспортної таблиці. Практична реалізація задач транспортного типу.

Вирішення задач про оптимальний план перевезень, задач про оптимальне розміщення виробництва.

#### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1- 5.  
*Додатковий:* 6,9,13-15.  
*Інтернет-джерела:* 21,26.

## **ТЕМА 6. Задачі мережевого планування**

Постановка задачі мережевого планування. Види мережевих моделей. Побудова мережевої моделі. Задача про оптимальний потік у мережі. Задача про найкоротший шлях. Метод Мінті. Задача знаходження максимального потоку. Метод Форда-Фалкерсона. Розрізи в мережевих моделях.

Оптимізація мережевого графіку виконання комплексу робіт. Побудова мережевої моделі проекту, визначення критичного шляху, раннього та пізнього термінів виконання робіт, резерву часу. Побудова мережевого графіку проекту із складанням календарного плану робіт.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6, 13-15.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

## **ТЕМА 7. Теорія ігор**

Ігровий підхід до моделювання задач. Основні поняття та визначення теорії ігор. Оптимальні чисті стратегії. Оптимальні мішані стратегії. Матричні ігри. Перетворення платіжної матриці. Графічний метод розв'язування ігрових задач. Нестандартні ситуації в ігрових моделях. Аналітичний метод розв'язування ігрових задач. Зв'язок матричних ігор з лінійним програмуванням. Основна теорема матричних ігор. Метод Брауна-Робінсона. Економічний аналіз ігрових задач.

Використання теоретико-ігрового підходу для задач визначення оптимальної стратегії підприємства в умовах невизначеного зовнішнього середовища.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,7,13-15.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

## **ТЕМА 8. Методи дискретної оптимізації**

Задача цілочислового лінійного програмування. Моделі цілочислових задач. Графічний метод в умовах цілочисельності змінних. Методи відсікання. Перший метод Гоморі. Приклади застосування методу Гоморі. Частково цілочислові задачі. Другий алгоритм Гоморі. Метод Дальтона-Левеліна. Метод гілок та меж. Метод Ленд та Дойга.

Вирішення задач оптимального виробничого планування з використанням першого та другого алгоритмів Гоморі та відсікань за методом Дальтона-Левеліна. Вирішення задачі комівояжера методом гілок і меж.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,13-16, 18.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

## **ТЕМА 9. Нелінійна оптимізація**

Загальна задача нелінійного програмування. Геометрична інтерпретація нелінійних задач. Класичні методи оптимізації. Опуклі множини. Теорема про відокремлення. Опуклі функції та їх властивості. Опукле програмування. Теорема Куна-Таккера. Квадратичний симплекс-метод.

Гradientні методи оптимізації. Прямий gradientний метод. Метод найшвидшого спуску. Задачі з негладкою цільовою функцією. Метод проектування узагальнених gradientів та його застосування до розв'язування прикладних задач. Метод штрафних функцій.

Двоїсті задачі нелінійного програмування. Метод відсікаючі гіперплощин. Ітеративний метод декомпозиції в нелінійному програмуванні. Методи можливих напрямків Зойтендейка.

Вирішення задач збуту кінцевої продукції за умов максимізації реалізованої продукції, в якій обмеження задачі враховують зв'язки між ціною, рекламою та обсягами збутої продукції, цільова функція містить добуток двох невідомих величин (оптимальної ціни одиниці продукції та оптимальної кількості відповідного виду продукції), а отже є нелінійною.

Вирішення задач оптимального виробничого планування із урахуванням умов невизначеності та ризику, що вимагає введення нелінійної функції в систему обмежень, а мінімізація ризику досягається за рахунок дослідження математичної моделі з нелінійною цільовою функцією.

Знаходження методом множників Лагранжа оптимального плану виробництва продукції, який за умови задоволення попиту потребує найменших витрат, пов'язаних із собівартістю продукції, що описується нелінійною функцією.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,13-15.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

### **ТЕМА 10. Задачі і методи динамічного програмування.**

Постановка задачі динамічного програмування. Принципи динамічного програмування. Перевірка умов динамічного програмування.

Принцип оптимальності Беллмана. Визначення критерію оптимальності Беллмана. Побудова функціонального рівняння Беллмана. Приклади задач динамічного програмування. Задача оптимальної заміни обладнання. Визначення стратегій вибору альтернатив. Задача розподілу фінансових ресурсів.

Вирішення задач оптимального розподілу інвестицій, задач заміни обладнання, задач оптимального управління поставками ресурсів, задач динаміки виробництва і створення запасів.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,13-15.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

### **ТЕМА 11. Економетричні методи та моделі.**

Економетрія. Її основні задачі. Кореляційний та регресійний зв'язок між



економічними показниками. Етапи побудови економетричної моделі. Парна лінійна регресія. Умови Гаусса-Маркова. Схема використання МНК. Економетричний аналіз функції парної лінійної регресії.

Множинна лінійна регресія. Числові характеристики емпіричної функції множинної регресії. Довірчі інтервали для теоретичних параметрів та функції множинної регресії. Перевірка статистичної значущості параметрів та загальної якості множинної регресії. Мультиколінеарність: її суть та наслідки. Виявлення ознаки мультиколінеарності в моделі та методи її усунення.

Нелінійні моделі. Поліноміальна модель. Гіперболічна модель. Виробнича функція Кобба-Дугласа.

Часові ряди, особливості їх дослідження. Основні числові характеристики часових рядів. Згладжування (фільтрація) часових рядів. Ковзні середні та автокореляція. Тренд та його вплив на кореляційний зв'язок між часовими рядами. Аналітичне вирівнювання часових рядів. Поняття стаціонарного числового ряду, його основні числові характеристики. Автокореляційна функція. Вирішення задач дослідження впливу чинників ринкового середовища на результуючий фактор діяльності суб'єкту ринку шляхом побудови парної та множинної лінійної регресії та оцінки тісноти зв'язку між досліджуваними параметрами.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,8,11,13-15.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

### **ТЕМА 12. Аналіз та управління ризиком в економіці.**

Ризик, невизначеність та конфліктність розвитку соціально-економічних процесів. Концептуальні засади ризикології. Класифікація економічних ризиків. Системний аналіз ризику в економіці. Основні принципи управління економічним ризиком. Загальні підходи до зниження ступеня економічного ризику.

Загальні підходи до кількісного оцінювання ступеня ризику. Ймовірність як один із підходів до оцінювання ступеня ризику. Інгредиент економічного показника. Кількісні показники ступеня ризику в абсолютному вираженні. Кількісні показники ступеня ризику у відносному вираженні.

Вирішення задач якісного аналізу ризику підприємств різної форми власності і сфер діяльності, розробки підходів щодо зниження ступеня ризику.

Вирішення задач вибору інвестиційного проекту на основі проведення кількісного аналізу ризику за допомогою абсолютних і відносних показників.

### **Список рекомендованих джерел**

*Основний:* 1-5.

*Додатковий:* 6,10-13,15.

*Інтернет-джерела:* 21,26.

## 5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

### Основний

1. Боровик О. В. Дослідження операцій в економіці: Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / О. В. Боровик, Л. В. Боровик. – К.: Центр учбової літератури, 2007. – 423с.
2. Кутковецький, В. Я. Дослідження операцій: Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / В. Я. Кутковецький. – К.: Професіонал, 2004. – 350с.
3. Охріменко, М. Г. Дослідження операцій: Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / М. Г. Охріменко, І. Ю. Дзюбан. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 182с.
4. Ульяновченко, О. В. Дослідження операцій в економіці: Підручник для студентів вузів / О. В. Ульяновченко. – Х.: Гриф, 2003. – 578с.
5. Чемерис, А. Методи оптимізації в економіці: Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / А. Чемерис, Р. Юринець, О. Мицишин. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 150с.

### Додатковий

6. Дослідження операцій: Методичні рекомендації до самостійної роботи студентів / Каф. вищої та прикладної математики; уклад. С.В. Білоусова, Ю.А. Гладка, Т.В. Ковальчук та ін. – Київ: КНТЕУ, 2008. – 54 с.
7. Геселева Н.В. Застосування теоретико-ігрового підходу для визначення оптимальної структури портфеля інноваційних проектів / Н.В. Геселева. – Новое в экономической кибернетике, Донецьк, №2, 2009. – С.14-27
8. Геселева Н.В. Економетричні підходи до моделювання інноваційних процесів / Н.В. Геселева. – Формування ринкових відносин в Україні, Київ, №10 (125), 2011. – С.82-89
9. Геселева Н.В., Діброва О.В. Оптимальне управління підприємством як запорука його конкурентоспроможності / Н.В. Геселева, О.В. Діброва. – Вісник КНУТД, №4(66), 2012. – С.186-191
10. Геселева Н.В., Корецький С.Л. Аналізування ризиків інвестиційно-інноваційних проектів методами частотного аналізу / Н.В. Геселева, С.Л. Корецький. – Вісник КНУТД, №5, 2010. – С.19-24
11. Геселева Н.В., Мельник Н.В. Дослідження чинників розвитку інноваційно-знаннєвої економіки / Н.В. Геселева, Н.В. Мельник. – Вісник КНУТД, №5(91), 2015. – С. 40-45
12. Геселева Н.В., Степанов В.Г. Сучасні підходи до зниження кредитних ризиків / Н.В. Геселева, В.Г. Степанов – Вісник КНУТД, №4(113), 2017. – С. 57-63
13. Зайченко Ю.П. Исследование операций / Ю. П. Зайченко. – Киев: Издательский дом «Слово», 2003. – 688 с.
14. Наконечний С.І. Математичне програмування / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2005. – 452 с.
15. Яремчук С. І. Математичні методи дослідження операцій в прикладах: Навчальний посібник / С. І. Яремчук. – Житомир: ЖІТІ, 2002. - 264 с
16. Naidu N. V. R. Operations Research / N. V. R. Naidu, G. I. K. Rajendra. – International Pvt Ltd, 2010. – 180 p.

17. Rajagopal K. Operations research / K. Rajagopal. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2012. – 608 p.
18. Shah N. H. Operations research / N. H. Shah, R. M. Gor, H. Soni. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2007. – 576 p.
19. Sharma J. K. Operations Research: Theory and Applications / J. K. Sharma. – Macmillan Publishers India Limited, 2009. – 976 p.
20. Sivarethinamohan R. Operations Research: Core business program / R. Sivarethinamohan. – Tata McGraw-Hill Education, 2008. – 596 p.

#### *Internet-ресурси*

21. Безкоштовні онлайн курси [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://prometheus.org.ua/>.
22. Як побудувати математичну модель задачі оптимізації [Електронний ресурс]. – Режим доступу [https://www.youtube.com/watch?v=hKqkevdW\\_fU](https://www.youtube.com/watch?v=hKqkevdW_fU)
23. Розв'язок задачі лінійного програмування графічним методом [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://www.youtube.com/watch?v=A7z4hnduzLI>
24. Розв'язок задачі про розподіл ресурсів за допомогою Пошука рішень [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.youtube.com/watch?v=Xmo-M6a4wWI>
25. Сімплекс-метод [Електронний ресурс]. – Режим доступу: – <https://www.youtube.com/watch?v=B4hdkK51MEg>
26. Теорія ігор та дослідження операцій [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLDrmKwRSNx7LFZahXMjYKixzfMgi5MqFF>

\*\* Курсивом виділені джерела, що є у бібліотеці КНТЕУ