

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ**

**Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої
освіти**

сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015

Кафедра вищої та прикладної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО
вченою радою
(пост. п. від «*ds*» *Sept* 2020 р.)
Ректор
 А. А. Мазаракі

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ/
MATHEMATICAL ANALYSIS**

**ПРОГРАМА /
COURSE SUMMARY**

Київ 2020

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
Заборонено**

Автори: В.І.ДЕНИСЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
М.О. БЄЛОВА, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
С.В.МИХАЙЛЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
І.С.РУЖИЦЬКИЙ кандидат фіз.-мат. наук, старший
викладач

Програму розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики 17 червня 2020 р., протокол № 21.

Рецензенти: С.В. БІЛОУСОВА, кандидат фіз.- математичних наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
П.Г. ДЕМІДОВ, кандидат технічних наук доцент кафедри
комп'ютерних наук та інформаційних систем

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ/
MATHEMATICAL ANALYSIS**

**ПРОГРАМА /
COURSE SUMMARY**

ВСТУП

Програма дисципліни «Математичний аналіз» призначена для здобувачів початкового рівня вищої освіти ОС «молодший бакалавр», галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 122 «Комп'ютерні науки», спеціалізації «Комп'ютерні науки».

Програма дисципліни «Математичний аналіз» складається з таких розділів:

1. Мета, завдання та предмет дисципліни.
2. Передумови вивчення дисципліни як вибіркової компоненти освітньої програми.
3. Результати вивчення дисципліни.
4. Зміст дисципліни.
5. Список рекомендованих джерел.

1. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА ПРЕДМЕТ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення дисципліни «Математичний аналіз» є оволодіння математичним апаратом, який повинен бути достатнім для постановки та опрацювання математичних моделей у типовому модельному середовищі, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю, напрацювання навиків самостійного вивчення наукової літератури, дослідження прикладних проблем з використанням сучасних засобів моделювання.

Завданням вивчення дисципліни є:

- формування у студентів розуміння основних положень теорії дійсних чисел;
- встановлення основних властивостей границь послідовностей та функцій і на основі цього вироблення у студентів необхідних навичок відшукування границь функцій та послідовностей;
- вивчення класу неперервних функцій та формування навиків дослідження заданих функцій на неперервність і встановлення характеру і типу точок розриву;
- формування у студентів уявлення про алгоритм, знаходження похідних і основних правил диференціювання, використання похідних для побудови та дослідження моделей різних задач математики та економіки.
- встановлення основних властивостей визначених та невизначених інтегралів і на основі цього вироблення у студентів необхідних навичок знаходження визначених та невизначених інтегралів.
- формування у студентів навичок дослідження основних властивостей

функціональних рядів та функціональних послідовностей, розкладів функцій у степеневі ряди;

- закріплення базових навичок моделювання математичних об'єктів в середовищі Mathcad, вивчених в процесі опанування даної дисципліни.

Предметом вивчення дисципліни «Математичний аналіз» є основні методи та моделі математичного аналізу (диференціального та інтегрального числення), а також засоби їх представлення у модельному середовищі автоматизованої системи математичного проектування Mathcad. Програма охоплює наступні розділи: теорія дійсних чисел, теорія множин, границь послідовностей та функцій, диференціальне та інтегральне числення функцій однієї та декількох змінних, ряди.

2. ПЕРЕДУМОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ ЯК ВИБІРКОВОЇ КОМПОНЕНТИ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ.

Знання та вміння, набуті протягом вивчення шкільного предмету «Математика».

3. РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ.

Дисципліна «Математичний аналіз», як обов'язкова компонента освітньо-професійної програми, забезпечує оволодіння студентами загальними та фаховими компетентностями і досягнення ними програмних результатів навчання за відповідними освітньо-професійними програмами:

Комп'ютерні науки (ОС молодший бакалавр)

<i>Загальні компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
ЗК 1	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12
ЗК 4	Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово в термінології предметної області.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
ЗК 6	Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
<i>Фахові компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
СК 1	Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12

	комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.	
<i>Програмні результати навчання за освітньо-професійною програмою</i>		
ПР 1	Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12
ПР 2	Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
ПР 6	Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

4. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин.

Роль та місце дисципліни «Математичний аналіз» у системі природничих наук. Об'єкт, метод, поняття та розділи математичного аналізу. Роль та місце дисципліни у системі природничих наук. Математичний апарат та математичне моделювання. Логічні символи. Об'єкти досліджень математичного аналізу. Основні задачі математичного аналізу. Характеристика модельного середовища Mathcad. Основні елементи теорії множин. Рівність множин та підмножини. Операції над множинами. Взаємно однозначна відповідність між множинами. Еквівалентні та зчислені множини. Узагальнення операцій над множинами. Множини натуральних та цілих чисел. Раціональні та ірраціональні числа. Аксиоматичний метод побудови дійсних чисел. Властивості дійсних чисел.

Комплексні числа як розширення множини дійсних. Основні форми представлення комплексних чисел та дії над ними. Приклади задач щодо визначення рівня навчальної групи.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2, 3

Додатковий: 1, 2, 4

Тема 2. Границя послідовності.

Основні поняття (поняття множини, дійсні числа, обмежені множини, числові проміжки, окіл точки). Операції над множинами. Поняття границі послідовності. Точні межі числових множин та їх характерні властивості. Границя числової послідовності. Границя функції в точці. Односторонні границі. Границя функції для $x \rightarrow \infty$. Нескінченно великі і нескінченно малі функції. Означення і основні теореми. Основні теореми про границі. Збіжні послідовності та їхні властивості. Число e та обчислення границь, пов'язаних з ним. Використання арифметичної і геометричної прогресій та числа e в фінансовій математиці. Послідовність чисел Фібоначі та їх використання, в тому числі і в інформаційних технологіях (індивідуальний пошук інформації з використанням інтернет ресурсів). Існування точних меж числових множин. Нескінченно малі послідовності та їх зв'язок із нескінченно великими та збіжними послідовностями. Лема про нескінченно малі послідовності. Арифметичні дії над збіжними послідовностями. Границі та нерівності. Теорема про границю проміжної послідовності. Теорема Вейерштрасса про границю монотонної послідовності. Лема про вкладені відрізки. Часткові границі. Лема Больцано-Вейерштрасса (одновимірний простір). Верхня та нижня границі послідовності. Критерій Коші.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2, 3, 4, 5

Додатковий: 1, 4

Тема 3. Функції та їх границі.

Функція - основний об'єкт математичного аналізу. Поняття функції та способи її задання. Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції та їх еквівалентність. Односторонні границі. Арифметичні дії над функціями, що мають скінченні границі. Складна та обернена функції. Модуль дійсного числа та його властивості. Основні елементарні функції та їх графіки. Поняття границі функції. Основні

теореми про границі функцій. П'ять важливих границь. Критерій Коші існування скінченої границі у функції. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції та їх властивості. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентні нескінченно малі функції та їх застосування. Різні означення неперервності функцій. Точки розриву та їх класифікація. Арифметичні дії над неперервними функціями. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність монотонної функції. Неперервність елементарних функцій. Теореми про неперервність складеної та оберненої функцій. Основні теореми про неперервні функції (теореми Больцано-Коші та Вейерштрасса). Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора. Еквівалентність означень неперервності функції. Неперервність функції в точці, на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Економічна інтерпретація неперервності. Деякі функціональні залежності, що використовуються в економіці. Поняття про виробничі функції. Прості і складні відсотки. Неперервне нарахування відсотків.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 4, 5

Додатковий: 1, 4

Тема 4. Неперервні функції.

Означення неперервності функції в точці. Неперервність функції на числовій множині. Приріст функції та неперервність. Локальні властивості неперервних функцій. Точки розриву першого та другого роду. Неперервність та розриви монотонних функцій. Проміжні значення неперервної функції. Обмеженість неперервної функції на відрізку. Неперервність складної та оберненої функції. Неперервність елементарних функцій. Перша та друга важливі границя та приклади її застосування. Застосування теорії границь до дослідження функцій. Основні елементарні функції. Монотонні, періодичні, парні та непарні функції. Раціональні, трансцендентні функції. Графіки функцій. Математичні функції в табличному процесорі MS Excel. Порівняння функцій в околі заданої точки. Символи O “велике” і o “мале”. Еквівалентні функції. Знаходження границь функцій в Mathcad. Приклади порівняння нескінченно малих функцій. Порівняння нескінченно великих функцій. Найважливіші еквівалентності, які використовуються для обчислення границь. Застосування еквівалентних нескінченно малих функцій до обчислення

границь. Знаходження невертикальних асимптот графіка функції.
Знаходження вертикальних асимптот.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 2, 3

Додатковий: 3, 4

Тема 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Означення похідної. Геометрична інтерпретація похідної. Дотична до графіка функції. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної, її фізичний та геометричний зміст. Означення диференційованості функції. Диференційованість та неперервність. Означення диференціала функції, його фізичний та геометричний зміст. Таблиця похідних. Зв'язок з неперервністю. Правила диференціювання. Похідна складеної та оберненої функцій. Диференціал функції та його властивості. Логарифмічна похідна. Диференціювання показниково-степеневих функцій. Диференціювання неявних функцій. Диференціювання функцій, заданих параметрично. Похідні вищих порядків. Фізичний зміст другої похідної. Похідні вищих порядків від суми та добутку функцій. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції. Формули Маклорена деяких елементарних функцій. Розклади основних елементарних функцій. Умови монотонності та постійності функцій. Локальні екстремуми. Необхідні та достатні умови. Інтервали опуклості функцій і точки перегину. Асимптоти. Основні характеристики функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність). Загальна схема дослідження функцій і побудови графіків функцій.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4, 5

Додатковий: 1, 2, 3

Тема 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності.

Означення ряду та його суми. Числовий ряд. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Обмежені ряди. Ряд геометричної прогресії. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд. Ряди з додатними членами. Достатні ознаки збіжності додатних рядів: ознака порівняння рядів, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші. Знакозмінні

ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбниця. Абсолютно збіжні ряди та умовно збіжні ряди. Властивості збіжних рядів.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2,3,4,5

Додатковий: 1, 2

Тема 7. Степеневі ряди.

Означення та приклади степеневих рядів Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Теорема Абеля. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розклад функцій в ряди Тейлора та Маклорена. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2,3,4,5

Додатковий: 1, 3

Тема 8. Невизначений інтеграл.

Поняття та властивості невизначеного інтеграла. Первісна та невизначений інтеграл. Таблиця основних невизначених інтегралів. Обчислення інтегралів методом внесення під знак диференціала або метод безпосереднього інтегрування. Заміна змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Основні поняття про дробово-раціональні функції. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Інтеграли від трансцендентних функцій, які обчислюються за допомогою інтегрування частинами.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2,3,4,5

Додатковий: 1

Тема 9. Визначений інтеграл.

Означення визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегровності. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє. Властивості інтеграла зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінних та інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Наближене обчислення визначених інтегралів. Метод інтегрування частинами. Формули

прямокутника і трапеції. Формула Сімпсона. Застосування визначеного інтеграла. Застосування до обчислення довжини кривої. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ та об'ємів. Приклади моделей із застосуванням інтегралів. Поняття про невласні інтеграли. Застосування визначеного інтеграла в задачах економіки. Знаходження загальних та середніх величин за відомими маргінальними величинами. Знаходження обсягу виробленої продукції. Надлишок (додатковий виграш) споживача. Аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренца. Застосування інтегралів у фінансових розрахунках.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4, 5

Додатковий: 1

Тема10. Невласні інтеграли.

Означення невласних інтегралів з нескінченними границями. Формули інтегрування та ознаки збіжності для невласних інтегралів з нескінченними границями. Означення невласних інтегралів з необмеженими функціями. Формули інтегрування та ознаки збіжності для невласних інтегралів з необмеженими функціями.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4,5

Додатковий: 1

Тема 11. Диференціальні рівняння

Диференціальні рівняння. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння, що допускають пониження порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Використання диференціальних рівнянь у задачах. Модель Еванса встановлення рівноважної ціни. Модель росту (зростання для постійного темпу приросту). Модель росту в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель росту.

Модель ринку з прогнозованими цінами. Поняття про різницеві рівняння.
Модель Самуельсона-Хікса.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4, 5

Додатковий: 1, 2

Тема 12. Функції декількох змінних

Простір \mathbf{R}^m . Відкриті, замкнені та обмежені множини в \mathbf{R}^m . Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєштрасса в \mathbf{R}^m . Функції багатьох змінних. Функція двох змінних і область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Границі функцій багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями. Неперервні функції багатьох змінних. Основні теореми про неперервні функції багатьох змінних. Частинні похідні і диференційовність функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Економічний зміст частинних похідних. Диференційовність складеної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямком. Похідні і диференціали вищих порядків. Теорема Шварца про рівність мішаних похідних. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних. Випадок функцій двох змінних. Неявні функції. Теореми про існування та диференційовність неявної функції. Неявні функції, що визначаються системами. Поняття умовного екстремуму. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Поняття про емпіричні формули. Метод найменших квадратів.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 4

Додатковий: 1

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основний

1. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз: Підручник. – К.: Знання, 2008. – 421 с.
2. Ляшко І.В. Математичний аналіз: Підручник: у 2-х Ч. /І.В.Ляшко, В.Ф.Ємельянов, О.К.Боярчук. – Київ: Вища школа, 1992. – 502 с.
3. Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Лібацький Л.Л. та ін. Математичний аналіз: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Ч.1. Л.: Нац. ун-т «Львів. політехніка», 2003. – 403 с.
4. Щетініна О.К. Вища та прикладна математика в економічних прикладах та задачах. Практикум, ч.1.: навч. пос./ О.К. Щетініна, Т.В. Ковальчук та ін. - К.: КНТЕУ, 2017 – 244 с.
5. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. К.: Вища школа, 2005. – 648 с.

Додатковий

1. Грищенко М.В. Математика для економістів: підручник /М.В. Грищенко. - К.:ВПЦ «Київський університет», 2008 -599 с.
2. Ковальчук Т.В. Вища математика для економістів: підручник /Т.В. Ковальчук, В.С. Мартиненко. – К.: КНТЕУ.–Ч.1, 2005. – 395с.
3. Математика для економістів. Збірник задач: навч. посіб. / Білоусова С.В., Борисейко В.О., Гладка Ю.А. та інші. – К.: КНТЕУ, 2015. – 504 с.
4. Михайленко В.В. Вища математика. Книга 2. Диференціальне числення функцій однієї та кількох змінних: навч.посібн. / Михайленко В.В., Добряков Л.Д., Головня Р.М. – Житомир: ЖДТУ, 2012. – 576с.

*Примітка. Курсивом позначені джерела, наявні в бібліотеці КНТЕУ