

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**  
**СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ**  
Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої освіти  
*сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015*  
**Кафедра вищої та прикладної математики**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

вченою радою

(пост. п. 1 від «15» *20.04* 2020 р.)

Ректор

*А.А. Мазаракі*

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ/  
MATHEMATICAL ANALYSIS**

**РОБОЧА ПРОГРАМА/  
COURSE OUTLINE**

освітній тупінь	молодший бакалавр / junior bachelor
галузь знань	12 Інформаційні технології / Information Technologies
спеціальність	122 Комп'ютерні науки / Computer Sciences
спеціалізація	Комп'ютерні науки / Computer Sciences

**Київ 2020**

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ  
заборонено**

Автори: В.І.ДЕНИСЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,  
доцент кафедри вищої та прикладної математики  
М.О. БЄЛОВА, кандидат фіз.-мат. наук,  
доцент кафедри вищої та прикладної математики  
С.В.МИХАЙЛЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,  
доцент кафедри вищої та прикладної математики  
І.С.РУЖИЦЬКИЙ кандидат фіз.-мат. наук, старший викладач

Робочу програму розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики 17 червня 2020 р., протокол № 21.

Рецензенти: С.В. БІЛОУСОВА, кандидат фіз.- математичних наук,  
доцент кафедри вищої та прикладної математики  
П.Г. ДЕМІДОВ, кандидат технічних наук доцент кафедри  
комп'ютерних наук та інформаційних систем

**МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ/  
MATHEMATICAL ANALYSIS**

**РОБОЧА ПРОГРАМА/  
COURSE OUTLINE**

<b>освітній тупінь</b>	<b>молодший бакалавр / junior bachelor</b>
<b>галузь знань</b>	<b>12 Інформаційні технології /Information Technologies</b>
<b>спеціальність</b>	<b>122Комп'ютерні науки / Computer Sciences</b>
<b>спеціалізація</b>	<b>Комп'ютерні науки/ Computer Sciences</b>

# 1. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Назва теми	Кількість годин				Форми контролю
	Усього годин / кредитів	з них			
		лекції	практичні заняття	самостійна робота студентів	
1	2	3	4	5	6
Тема 1. Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 2. Границя послідовності	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 3. Функції та їх границі	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 4. Неперервні функції	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 7. Степеневі ряди	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 8. Невизначений інтеграл	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 9. Визначений інтеграл	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 10. Невласні інтеграли	15	2	2	11	О, ПСР, ПЛР
Тема 11. Диференціальні рівняння	15	4	4	7	О, ПСР, ПЛР
Тема 12. Функції декількох змінних	15	4	4	7	О, ПСР, МК, ПЛР
Разом	<b>180/6</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>124</b>	
Підсумковий контроль – екзамен					

Умовні позначення: ПСР – перевірка самостійної роботи; МК – модульний контроль; ПЛР – перевірка лабораторної роботи; О – опитування.

## 2. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ (СЕМІНАРСЬКИХ), ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Результати навчання	Навчальна діяльність*	Робочий час студента, год
1	2	3
<p><b>Знати:</b> основні задачі математичного аналізу</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про задачі математичного аналізу в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 1. Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин.</b></p> <p><b>Лекція № 1.</b> Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Роль та місце дисципліни «Математичний аналіз» у системі природничих наук.</li> <li>2. Об'єкт, метод, поняття та розділи математичного аналізу.</li> <li>3. Роль та місце дисципліни у системі природничих наук.</li> <li>4. Математичний апарат та математичне моделювання.</li> <li>5. Логічні символи.</li> <li>6. Об'єкти досліджень математичного аналізу. Основні задачі математичного аналізу.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b> Основний: 2,3 Додатковий: 1, 2, 4</p>	15  2
	<p><b>Самостійна робота.</b></p> <p>Вивчення матеріалу лекції до теми «Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин», підготовка до практичного заняття. Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Характеристика модельного середовища Mathcad.</li> <li>2. Основні елементи теорії множин.</li> <li>3. Рівність множин та підмножини.</li> <li>4. Операції над множинами.</li> <li>5. Взаємно однозначна відповідність між множинами.</li> <li>6. Еквівалентні та зчислені множини. Узагальнення операцій над множинами.</li> <li>7. Множини натуральних та цілих чисел.</li> <li>8. Раціональні та ірраціональні числа.</li> <li>9. Аксиоматичний метод побудови дійсних чисел. Властивості дійсних чисел.</li> </ol>	11

	<p>10.Комплексні числа як розширення множини дійсних.</p> <p>11.Основні форми представлення комплексних чисел та дії над ними.</p> <p>12. Приклади задач щодо визначення рівня навчальної групи.</p> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 2,3  Додатковий: 1, 2, 4</p>	
	<p><b>Практичне заняття №1. Тема: «Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин».</b></p> <p><b>Завдання до заняття:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з операціями над множинами.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b> основні теореми про границі</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання основних теорем про границі в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 2. Границя послідовності.</b></p> <p><b>Лекція № 2. Границя послідовності.</b></p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основні поняття (поняття множини, дійсні числа, обмежені множини, числові проміжки, окіл точки). Операції над множинами.</li> <li>2. Поняття границі послідовності. Точні межі числових множин та їх характерні властивості.</li> <li>3. Границя числової послідовності. Границя функції в точці. Односторонні границі. Границя функції для <math>x \rightarrow \infty</math>.</li> <li>4. Нескінченно великі і нескінченно малі функції.</li> <li>5. Означення і основні теореми. Основні теореми про границі.</li> <li>6. Збіжні послідовності та їхні властивості. Число <math>e</math> та обчислення границь, пов'язаних з ним.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 2, 3, 4, 5  Додатковий: 2, 3, 4</p>	15 2
	<p><b>Самостійна робота.</b></p> <p>Вивчення матеріалу лекції до теми «Границя послідовності», підготовка до практичного заняття.</p> <p>Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p>	11

	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Використання арифметичної і геометричної прогресій та числа <math>e</math> в фінансовій математиці.</li> <li>2. Послідовність чисел Фібоначі та їх використання, в тому числі і в інформаційних технологіях (індивідуальний пошук інформації з використанням інтернет ресурсів).</li> <li>3. Існування точних меж числових множин.</li> <li>4. Нескінченно малі послідовності та їх зв'язок із нескінченно великими та збіжними послідовностями.</li> <li>5. Лема про нескінченно малі послідовності.</li> <li>6. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.</li> <li>7. Границі та нерівності.</li> <li>8. Теорема про границю проміжної послідовності.</li> <li>9. Теорема Вейерштрасса про границю монотонної послідовності.</li> <li>10. Лема про вкладені відрізки.</li> <li>11. Часткові границі.</li> <li>12. Лема Больцано-Вейерштрасса (одновимірний простір).</li> <li>13. Верхня та нижня границі послідовності.</li> <li>14. Критерій Коші.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 2, 3, 4, 5  Додатковий: 2, 3, 4</p>	
	<p><b>Практичне заняття №2. Тема: «Границя послідовності».</b></p> <p><i>Завдання до заняття:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Ознайомитись з частковими границями.</i></li> <li>2. <i>Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</i></li> <li>3. <i>Узагальнити отримані результати</i></li> <li>4. <i>Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</i></li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b> основні теореми про границі функцій</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання</p>	<p><b>Тема 3. Функції та їх границі.</b>  <b>Лекція № 3. Функції та їх границі.</b>  План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Функція - основний об'єкт математичного аналізу.</li> <li>2. Поняття функції та способи її задання.</li> <li>3. Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції та їх еквівалентність. Односторонні границі. Арифметичні дії над функціями, що мають</li> </ol>	15 2

<p>основних теорем про границі функцій в практичній діяльності.</p>	<p>скінченні границі. Складна та обернена функції.  4. Модуль дійсного числа та його властивості.  5. Основні елементарні функції та їх графіки.  6. Поняття границі функції. Основні теореми про границі функцій. П'ять важливих границь.  Критерій Коші існування скінченної границі у функції.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 4, 5  Додатковий: 1, 4</p>	
	<p><b>Самостійна робота.</b>  Вивчення матеріалу лекції до теми «Функції та їх границі», підготовка до практичного заняття.  Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Нескінченно малі функції та їх властивості.</li> <li>2. Нескінченно великі функції та їх властивості.</li> <li>3. Порівняння нескінченно малих.</li> <li>4. Еквівалентні нескінченно малі функції та їх застосування.</li> <li>5. Різні означення неперервності функцій.</li> <li>6. Точки розриву та їх класифікація.</li> <li>7. Арифметичні дії над неперервними функціями.</li> <li>8. Властивості функцій, неперервних на відрізку.</li> <li>9. Неперервність монотонної функції.</li> <li>10. Неперервність елементарних функцій.</li> <li>11. Теореми про неперервність складеної та оберненої функцій.</li> <li>12. Основні теореми про неперервні функції (теореми Больцано-Коші та Вейерштрасса).</li> <li>13. Рівномірна неперервність функції.</li> <li>14. Теорема Кантора.</li> <li>15. Еквівалентність означень неперервності функції.</li> <li>16. Неперервність функції в точці, на інтервалі і на відрізку.</li> <li>17. Арифметичні операції над неперервними функціями.</li> <li>18. Економічна інтерпретація неперервності. Деякі функціональні залежності, що використовуються в економіці.</li> <li>19. Поняття про виробничі функції. Прості і складні відсотки.</li> <li>20. Неперервне нарахування відсотків.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з</p>	<p>11</p>

	<p>допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 4, 5  Додатковий: 1, 4</p>	
	<p><b>Практичне заняття №3. Тема: «Функції та їх границі».</b>  <i>Завдання до заняття:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Ознайомитись з арифметичними операціями над неперервними функціями.</i></li> <li>2. <i>Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</i></li> <li>3. <i>Узагальнити отримані результати.</i></li> <li>4. <i>Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</i></li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b>  властивості неперервних функцій</p> <p><b>Вміти:</b>  використовувати отримані теоретичні знання про властивості неперервних функцій в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 4. Неперервні функції.</b>  <b>Лекція № 4. Неперервні функції.</b>  План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення неперервності функції в точці.</li> <li>2. Неперервність функції на числовій множині. Приріст функції та неперервність. Локальні властивості неперервних функцій.</li> <li>3. Точки розриву першого та другого роду. Неперервність та розриви монотонних функцій.</li> <li>4. Проміжні значення неперервної функції. Обмеженість неперервної функції на відрізку. Неперервність складної та оберненої функції. Неперервність елементарних функцій.</li> <li>5. Перша та друга важливі границя та приклади її застосування. Застосування теорії границь до дослідження функцій.</li> <li>6. Основні елементарні функції.</li> <li>7. Монотонні, періодичні, парні та непарні функції. Раціональні, трансцендентні функції. Графіки функцій.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 2, 3  Додатковий: 3,4</p>	15 2
	<p><b>Самостійна робота.</b>  Вивчення матеріалу лекції до теми «Неперервні функції», підготовка до практичного заняття.  Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Математичні функції в табличному процесорі MS Excel.</li> </ol>	11



	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Порівняння функцій в околі заданої точки.</li> <li>3. Символи <math>O</math> “велике” і <math>o</math> “мале”.</li> <li>4. Еквівалентні функції.</li> <li>5. Знаходження границь функцій в Mathcad.</li> <li>6. Приклади порівняння нескінченно малих функцій.</li> <li>7. Порівняння нескінченно великих функцій.</li> <li>8. Найважливіші еквівалентності, які використовуються для обчислення границь.</li> <li>9. Застосування еквівалентних нескінченно малих функцій до обчислення границь.</li> <li>10. Знаходження невертикальних асимптот графіка функції. Знаходження вертикальних асимптот.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 2, 3  Додатковий: 3, 4</p>	
	<p><b>Практичне заняття №4. Тема: «Неперервні функції».</b></p> <p><i>Завдання до заняття:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Ознайомитись зі знаходженням границь функцій в Mathcad.</i></li> <li>2. <i>Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</i></li> <li>3. <i>Узагальнити отримані результати</i></li> <li>4. <i>Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</i></li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b> правила диференціювання</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання правил диференціювання в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної.</b></p> <p><b>Лекція № 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної.</b></p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення похідної. Геометрична інтерпретація похідної.</li> <li>2. Дотична до графіка функції. Задачі, що приводять до поняття похідної.</li> <li>3. Означення похідної, її фізичний та геометричний зміст.</li> <li>4. Означення диференційованості функції.</li> <li>5. Диференційованість та неперервність. Означення диференціала функції, його фізичний та геометричний зміст.</li> <li>6. Таблиця похідних. Зв'язок з неперервністю.</li> <li>7. Правила диференціювання.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5</p>	15  2

Додатковий: 1, 2, 3

**Самостійна робота.**

Вивчення матеріалу лекції до теми «Диференціальне числення функцій однієї змінної», підготовка до практичного заняття, підготовка до практичного заняття.

Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:

1. Похідна складеної та оберненої функцій. Диференціал функції та його властивості. Логарифмічна похідна.
2. Диференціювання показниково-степеневі функції. Диференціювання неявних функцій. Диференціювання функцій, заданих параметрично.
3. Похідні вищих порядків. Фізичний зміст другої похідної. Похідні вищих порядків від суми та добутку функцій. Похідні та диференціали вищих порядків.
4. Формула Лейбніца.
5. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші.
6. Розкриття невизначеностей.
7. Правило Лопітала.
8. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довільної функції.
9. Формули Маклорена деяких елементарних функцій.
10. Розклади основних елементарних функцій.
11. Умови монотонності та постійності функцій.
12. Локальні екстремуми. Необхідні та достатні умови.
13. Інтервали опуклості функцій і точки перегину.
14. Асимптоти. Основні характеристики функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність).
15. Загальна схема дослідження функцій і побудови графіків функцій.

Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 2, 3, 4, 5

Додатковий: 1, 2, 3

	<p><b>Практичне заняття №5. Тема: «Диференціальне числення функцій однієї змінної».</b>  <b>Завдання до заняття:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з загальною схемою дослідження функцій і побудови графіків функцій.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати.</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b> достатні ознаки збіжності додатних рядів</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про достатні ознаки збіжності додатних рядів в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності.</b>  <b>Лекція № 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності.</b>  <b>План лекції:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення ряду та його суми. Числовий ряд. Сума ряду.</li> <li>2. Збіжні та розбіжні ряди. Обмежені ряди.</li> <li>3. Ряд геометричної прогресії.</li> <li>4. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд.</li> <li>5. Ряди з додатними членами.</li> <li>6. Достатні ознаки збіжності додатних рядів: ознака порівняння рядів, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5  Додатковий: 1, 2</p>	15 2
	<p><b>Самостійна робота.</b>  Вивчення матеріалу лекції до теми «Числові ряди та ознаки їх збіжності», підготовка до практичного заняття.  Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Знакозмінні ряди.</li> <li>2. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів.</li> <li>3. Знакопереміжні ряди.</li> <li>4. Ознака Лейбниці.</li> <li>5. Абсолютно збіжні ряди та умовно збіжні ряди.</li> <li>6. Властивості збіжних рядів.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b></p>	11

	<p>Основний: 1, 2, 3, 4, 5 Додатковий: 1, 2</p>	
	<p><b>Практичне заняття №6.</b> Тема: «Числові ряди та ознаки їх збіжності».</p> <p>Завдання до заняття:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з властивостями збіжних рядів.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b> властивості степеневих рядів <b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про властивості степеневих рядів в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 7. Степеневі ряди.</b> <b>Лекція № 7.</b> Степеневі ряди. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення та приклади степеневих рядів</li> <li>2. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.</li> <li>3. Теорема Абеля.</li> <li>4. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.</li> <li>5. Властивості степеневих рядів.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b> Основний: 1, 2, 3, 4, 5 Додатковий: 1, 3</p>	15
	<p><b>Самостійна робота.</b> Вивчення матеріалу лекції до теми «Степеневі ряди», підготовка до практичного заняття. Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ряди Тейлора та Маклорена.</li> <li>2. Розклад функцій в ряди Тейлора та Маклорена.</li> <li>3. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b> Основний: 1, 2, 3, 4, 5 Додатковий: 1, 3</p>	2
	<p><b>Практичне заняття №7.</b> Тема: «Степеневі ряди».</p> <p>Завдання до заняття:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з диференціюванням та інтегруванням степеневих рядів.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної</li> </ol>	11

	<i>роботи.</i>	
<p><b>Знати:</b> властивості невизначеного інтеграла</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про властивості невизначеного інтеграла в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 8. Невизначений інтеграл.</b> <b>Лекція № 8. Невизначений інтеграл.</b> План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Поняття та властивості невизначеного інтеграла.</li> <li>2. Первісна та невизначений інтеграл.</li> <li>3. Таблиця основних невизначених інтегралів.</li> <li>4. Обчислення інтегралів методом внесення під знак диференціала або метод безпосереднього інтегрування.</li> <li>5. Заміна змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b> Основний: 1, 2, 3, 4, 5 Додатковий: 1</p>	15 2
	<p><b>Самостійна робота.</b> Вивчення матеріалу лекції до теми «Невизначений інтеграл», підготовка до практичного заняття. Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основні поняття про дробово-раціональні функції.</li> <li>2. Інтегрування раціональних функцій.</li> <li>3. Інтегрування ірраціональних функцій.</li> <li>4. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції.</li> <li>5. Інтегралі від трансцендентних функцій, які обчислюються за допомогою інтегрування частинами.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b> Основний: 1, 2, 3, 4, 5 Додатковий: 1</p>	11
	<p><b>Практичне заняття №8. Тема: «Невизначений інтеграл».</b> Завдання до заняття:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з заміною змінної та інтегруванням частинами у невизначеному інтегралі.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> </ol>	2

	4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.	
<p><b>Знати:</b> властивості визначеного інтеграла</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про властивості визначеного інтеграла в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 9. Визначений інтеграл.</b> <b>Лекція № 9.</b> Визначений інтеграл. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла.</li> <li>2. Необхідна умова інтегровності. Суми Дарбу та їх властивості.</li> <li>3. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє.</li> <li>4. Властивості інтеграла зі змінною верхньою межею.</li> <li>5. Формула Ньютона-Лейбніца.</li> <li>6. Заміна змінних та інтегрування частинами у визначеному інтегралі.</li> <li>7. Наближене обчислення визначених інтегралів.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b> Основний: 1, 2, 3, 4, 5 Додатковий: 1</p>	15 2
	<p><b>Самостійна робота.</b> Вивчення матеріалу лекції до теми «Визначений інтеграл», підготовка до практичного заняття. Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Метод інтегрування частинами.</li> <li>2. Формули прямокутника і трапеції.</li> <li>3. Формула Сімпсона.</li> <li>4. Застосування визначеного інтеграла.</li> <li>5. Застосування до обчислення довжини кривої.</li> <li>6. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ та об'ємів.</li> <li>7. Приклади моделей із застосуванням інтегралів. Поняття про невласні інтеграли.</li> <li>8. Застосування визначеного інтеграла в задачах економіки.</li> <li>9. Знаходження загальних та середніх величин за відомими маргінальними величинами.</li> <li>10. Знаходження обсягу виробленої продукції. Надлишок (додатковий виграш) споживача.</li> <li>11. Аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренца.</li> <li>12. Застосування інтегралів у фінансових розрахунках.</li> </ol>	11

	<p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5  Додатковий: 1</p>	
	<p><b>Практичне заняття №9. Тема: «Визначений інтеграл».</b></p> <p>Завдання до заняття:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з наближеним обчисленням визначених інтегралів.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol>	2
<p><b>Знати:</b> формули інтегрування</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про формули інтегрування в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 10. Невласні інтеграли.</b></p> <p><b>Лекція № 10. Невласні інтеграли.</b></p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення невластних інтегралів з нескінченними границями.</li> <li>2. Формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів з нескінченними границями.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5  Додатковий: 1</p>	15 2
	<p><b>Самостійна робота.</b></p> <p>Вивчення матеріалу лекції до теми «Невласні інтеграли», підготовка до практичного заняття.</p> <p>Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення невластних інтегралів з необмеженими функціями.</li> <li>2. Формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів з необмеженими функціями.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5  Додатковий: 1</p>	11
	<p><b>Практичне заняття №10. Тема: «Невласні</b></p>	2

	<p><i>інтеграли».</i>  <i>Завдання до заняття:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Ознайомитись з формулами інтегрування та ознаками збіжності для невластних інтегралів.</i></li> <li>2. <i>Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</i></li> <li>3. <i>Узагальнити отримані результати</i></li> <li>4. <i>Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</i></li> </ol>	
<p><b>Знати:</b> розв'язки диференціального рівняння</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про розв'язки диференціального рівняння в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 11. Диференціальні рівняння.</b>  <b>Лекція № 11.</b> Розв'язки диференціального рівняння.  План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Диференціальні рівняння.</li> <li>2. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки.</li> <li>3. Диференціальні рівняння першого порядку.</li> <li>4. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.</li> <li>5. Однородні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння в повних диференціалах.</li> </ol> <p><b>Лекція № 12.</b> Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.  План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.</li> <li>2. Рівняння Бернуллі.</li> <li>3. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.</li> <li>4. Диференціальні рівняння, що допускають пониження порядку.</li> <li>5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.</li> <li>6. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5  Додатковий: 1, 2</p>	<p>15 2</p> <p>2</p>
	<p><b>Самостійна робота.</b>  Вивчення матеріалу лекції до теми «Диференціальні рівняння», підготовка до практичного заняття.  Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Використання диференціальних рівнянь у задачах.</li> <li>2. Модель Еванса встановлення рівноважної ціни.</li> </ol>	<p>7</p>



	<p>3. Модель росту (зростання для постійного темпу приросту).</p> <p>4. Модель росту в умовах конкуренції.</p> <p>5. Динамічна модель Кейнса.</p> <p>6. Неокласична модель росту.</p> <p>7. Модель ринку з прогнозованими цінами.</p> <p>8. Поняття про різницеві рівняння.</p> <p>9. Модель Самуельсона-Хікса.</p> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 3, 4, 5  Додатковий: 1, 2</p>	
	<p><b>Практичне заняття №11.</b> Тема: «Розв'язки диференціального рівняння».</p> <p>Завдання до заняття:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з задачею Коші.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати.</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol> <p><b>Практичне заняття №12.</b> Тема: «Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків».</p> <p>Завдання до заняття:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з лінійними однорідними диференціальними рівняннями другого порядку зі сталими коефіцієнтами.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати.</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol>	<p>2</p> <p>2</p>
<p><b>Знати:</b> функції багатьох змінних</p> <p><b>Вміти:</b> використовувати отримані теоретичні знання про функції багатьох змінних в практичній діяльності.</p>	<p><b>Тема 12. Функції декількох змінних.</b></p> <p><b>Лекція № 13.</b> Функції багатьох змінних.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Простір <math>\mathbf{R}^m</math>. Відкриті, замкнені та обмежені множини в <math>\mathbf{R}^m</math>.</li> <li>2. Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєштрасса в <math>\mathbf{R}^m</math>.</li> <li>3. Функції багатьох змінних. Функція двох змінних і область її визначення.</li> <li>4. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних.</li> </ol> <p><b>Лекція № 14.</b> Неперервні функції багатьох змінних.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Границі функцій багатьох змінних. Зв'язок з</li> </ol>	<p>15</p> <p>2</p> <p>2</p>

	<p>повторними границями.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Неперервні функції багатьох змінних.</li> <li>3. Основні теореми про неперервні функції багатьох змінних.</li> <li>4. Частинні похідні і диференційовність функцій багатьох змінних.</li> <li>5. Повний диференціал функції.</li> <li>6. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки.</li> </ol> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 4  Додатковий: 1</p>	
	<p><b>Самостійна робота.</b></p> <p>Вивчення матеріалу лекції до теми «Функції декількох змінних», підготовка до практичного заняття.</p> <p>Самостійна робота передбачає вивчення окремих питань дисципліни на основі опрацювання літератури та пошуку інформаційних джерел у середовищі Інтернет. Пропонуються такі питання для самостійного опрацювання:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Економічний зміст частинних похідних.</li> <li>2. Диференційовність складеної функції.</li> <li>3. Інваріантність форми першого диференціала.</li> <li>4. Похідна за напрямком. Похідні і диференціали вищих порядків.</li> <li>5. Теорема Шварца про рівність мішаних похідних.</li> <li>6. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних.</li> <li>7. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних.</li> <li>8. Випадок функцій двох змінних. Неявні функції.</li> <li>9. Теореми про існування та диференційовність неявної функції.</li> <li>10. Неявні функції, що визначаються системами. Поняття умовного екстремуму.</li> <li>11. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа.</li> <li>12. Поняття про емпіричні формули.</li> <li>13. Метод найменших квадратів.</li> </ol> <p>Самостійна робота студентів перевіряється з допомогою опитувань, перевірки виконання практичних робіт та написання рефератів на питання винесених на самостійне опрацювання.</p> <p><b>Список рекомендованих джерел:</b>  Основний: 1, 2, 4  Додатковий: 1</p>	7
	<p><b>Практичне заняття №13. Тема: «Функції багатьох</b></p>	2

	<p>змінних».</p> <p><b>Завдання до заняття:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з функціями багатьох змінних.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol> <p><b>Практичне заняття №14. Тема: «Неперервні функції багатьох змінних».</b></p> <p><b>Завдання до заняття:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ознайомитись з неперервними функціями багатьох змінних.</li> <li>2. Відповідно до варіанту виконати розрахунки.</li> <li>3. Узагальнити отримані результати</li> <li>4. Підготувати звіт про виконання лабораторної роботи.</li> </ol>	2
	<b>Разом</b>	180

\* +20% інтерактиву – зазначені курсивом

### 3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

#### Основний

1. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз: Підручник. – К.: Знання, 2008. – 421 с.
2. Ляшко І.В. Математичний аналіз: Підручник: у 2-х Ч. /І.В.Ляшко, В.Ф.Ємельянов, О.К.Боярчук. – Київ: Вища школа, 1992. – 502 с.
3. Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Лібацький Л.Л. та ін. Математичний аналіз: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Ч.1. Л.: Нац. ун-т «Львів. політехніка», 2003. – 403 с.
4. Щетініна О.К. Вища та прикладна математика в економічних прикладах та задачах. Практикум, ч.1.: навч. пос./ О.К. Щетініна, Т.В. Ковальчук та ін. - К.: КНТЕУ, 2017 – 244 с.
5. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. К.: Вища школа, 2005. – 648 с.

#### Додатковий

1. Грищенко М.В. Математика для економістів: підручник /М.В. Грищенко. - К.:ВПЦ «Київський університет», 2008 -599 с.
2. Ковальчук Т.В. Вища математика для економістів: підручник /Т.В. Ковальчук, В.С. Мартиненко. – К.: КНТЕУ.–Ч.1, 2005. – 395с.
3. Математика для економістів. Збірник задач: навч. посіб. / Білоусова С.В., Борисейко В.О., Гладка Ю.А. та інші. – К.: КНТЕУ, 2015. – 504 с.
4. Михайленко В.В. Вища математика. Книга 2. Диференціальне числення функцій однієї та кількох змінних: навч.посібн. / Михайленко В.В., Добряков Л.Д., Головня Р.М. – Житомир: ЖДТУ, 2012. – 576с.

\*Примітка. Курсивом позначені джерела, наявні в бібліотеці КНТЕУ