



**Факультет інформаційних технологій
Кафедра вищої та прикладної математики**

**СИЛАБУС (SYLLABUS)
Дисципліна «Математичний аналіз/Mathematical analysis»**

ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧА

Викладач	Белова Марина Олександрівна
Науковий ступінь	Кандидат фізико-математичних наук
Вчене звання	Доцент
Посада	Доцент кафедри вищої та прикладної математики
Адреса кафедри	м.Київ, вул. Кіото 19, каб. А-509, А-510
E-mail	prikmath@bigmir.net
Консультації	Відповідно до графіку індивідуальних консультацій на сайті кафедри

ПОЛІТИКА АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ

<https://knu-te.edu.ua/file/NjY4NQ==/bf27ad9293fa2bb6f9b2c3031d4b6e4a.pdf>

Дотримання академічної доброчесності передбачає:

- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);
- посилання на джерела інформації у разі використання не авторських ідей, розробок, тверджень, відомостей і т.п.;
- дотримання норм законодавства про авторське право і суміжні права;
- надання достовірної інформації про результати власної наукової діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

Порушенням академічної доброчесності вважається:

- академічний плагіат – оприлюднення (частково або повністю) наукових (творчих) результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження (творчості) та/або відтворення опублікованих текстів (оприлюднених творів мистецтва) інших авторів без зазначення авторства;
- самоплагіат – оприлюднення (частково або повністю) власних раніше опублікованих наукових результатів як нових наукових результатів;
- фабрикація – вигадкування даних чи фактів, що використовуються в наукових дослідженнях;
- фальсифікація – свідомо зміна чи модифікація вже наявних даних, що стосуються наукових досліджень.

За порушення академічної доброчесності здобувачі освіти можуть бути притягнені до академічної відповідальності:

- повторне проходження оцінювання (модульний контроль, іспит, залік тощо);
- повторне проходження відповідного освітнього компонента освітньо-професійної програми;
- відрахування з Університету;
- позбавлення наданих університетом пільг;
- відмова у присудженні відповідного ступеня вищої освіти;

ПОЛІТИКА ЩОДО ВІДВІДУВАННЯ ЗАНЯТЬ

- відвідування занять є обов'язковим;
- Студент, який пропустив практичне заняття, самостійно вивчає матеріал (при виникненні питань може звертатися за консультацією згідно розкладу консультацій викладачів оприлюдненого на сайті кафедри) за наведеними джерелами, виконує завдання і здає його викладачу.
- за об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування та ін.) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із викладачем дисципліни.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назва дисципліни / тип дисципліни	Математичний аналіз/обов'язкова
Навчальний рік	2021-2022
Факультет	Факультет інформаційних технологій
Курс	1
Семестр	1
Освітній ступінь	Молодший бакалавр
Галузь знань	12 «Інформаційні технології»
Спеціальність	122 «Комп'ютерні науки»
Загальна характеристика	Кількість годин –180 Кількість кредитів – 6 Види занять: лекції, практичні, самостійна робота. Співвідношення аудиторних годин і годин самостійної роботи - 84/96 Мова викладання – українська Форма викладання – очна
Підсумковий контроль	Екзамен
Програмне забезпечення	Пакет Microsoft Office, Mathcad
Обладнання	Проектор, комп'ютерна техніка із встановленим програмним забезпеченням та доступом до мережі Інтернет.
Необхідні попередні дисципліни	Шкільний курс «Математика»
Методика вивчення	Методика вивчення дисципліни полягає у набутті студентами знань теоретичного і практично-прикладного характеру під час лекцій, практичних занять, самостійної роботи та вивчення першоджерел і навчально-методичної літератури.
Мета і завдання	Метою вивчення дисципліни «Математичний аналіз» є оволодіння математичним апаратом, який повинен бути достатнім для постановки та опрацювання математичних моделей у типовому модельному середовищі, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю, напрацювання навиків самостійного вивчення наукової літератури, дослідження прикладних проблем з використанням сучасних засобів моделювання. Завданням вивчення дисципліни «Математичний аналіз» є: - формування у студентів розуміння основних положень теорії дійсних чисел; - встановлення основних властивостей границь послідовностей та функцій і на основі цього вироблення у студентів необхідних навичок відшукання границь функцій та послідовностей; - вивчення класу неперервних функцій та формування навиків

	<p>дослідження заданих функцій на неперервність і встановлення характеру і типу точок розриву;</p> <ul style="list-style-type: none"> - формування у студентів уявлення про алгоритм, знаходження похідних і основних правил диференціювання, використання похідних для побудови та дослідження моделей різних задач математики та економіки. - встановлення основних властивостей визначених та невизначених інтегралів і на основі цього вироблення у студентів необхідних навичок знаходження визначених та невизначених інтегралів. - формування у студентів навичок дослідження основних властивостей функціональних рядів та функціональних послідовностей, розкладів функцій у степеневі ряди; - закріплення базових навичок моделювання математичних об'єктів в середовищі Mathcad, вивчених в процесі опанування даної дисципліни.
Місце дисципліни в освітньо-професійній програмі	
Загальні компетентності	<p>ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу</p> <p>ЗК 4 Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.</p> <p>ЗК 6 Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями</p>
Фахові компетентності (результати навчання)	<p>СК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук</p>
Програмні результати навчання	<p>ПР 1 Застосовувати ґрунтовні знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук</p> <p>ПР 2 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації</p> <p>ПР 6 Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.</p>

ТЕМАТИКА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин.

Роль та місце дисципліни «Математичний аналіз» у системі природничих наук. Об'єкт, метод, поняття та розділи математичного аналізу. Роль та місце дисципліни у системі природничих наук. Математичний апарат та математичне моделювання. Логічні символи. Об'єкти досліджень математичного аналізу. Основні задачі математичного аналізу. Характеристика модельного середовища Mathcad. Основні елементи теорії множин. Рівність множин та підмножини. Операції над множинами. Взаємно однозначна відповідність між множинами. Еквівалентні та зчислені множини. Узагальнення операцій над множинами. Множини натуральних та цілих чисел. Раціональні та ірраціональні числа. Аксиоматичний метод побудови дійсних чисел. Властивості дійсних чисел. Комплексні числа як розширення множини дійсних. Основні форми представлення комплексних чисел та дії над ними. Приклади задач щодо визначення рівня навчальної групи.

Тема 2. Границя послідовності.

Основні поняття (поняття множини, дійсні числа, обмежені множини, числові проміжки, околі точки). Операції над множинами. Поняття границі послідовності. Точні межі числових

множин та їх характерні властивості. Границя числової послідовності. Границя функції в точці. Односторонні границі. Границя функції для $x \rightarrow \infty$. Нескінченно великі і нескінченно малі функції. Означення і основні теореми. Основні теореми про границі. Збіжні послідовності та їхні властивості. Число e та обчислення границь, пов'язаних з ним. Використання арифметичної і геометричної прогресій та числа e в фінансовій математиці. Послідовність чисел Фібоначі та їх використання, в тому числі і в інформаційних технологіях (індивідуальний пошук інформації з використанням інтернет ресурсів). Існування точних меж числових множин. Нескінченно малі послідовності та їх зв'язок із нескінченно великими та збіжними послідовностями. Леми про нескінченно малі послідовності. Арифметичні дії над збіжними послідовностями. Границі та нерівності. Теорема про границю проміжної послідовності. Теорема Вейерштрасса про границю монотонної послідовності. Лема про вкладені відрізки. Часткові границі. Лема Больцано-Вейерштрасса (одновимірний простір). Верхня та нижня границі послідовності. Критерій Коші.

Тема 3. Функції та їх границі.

Функція - основний об'єкт математичного аналізу. Поняття функції та способи її задання. Гранична точка множини та її характеристика. Різні означення границі функції та їх еквівалентність. Односторонні границі. Арифметичні дії над функціями, що мають скінченні границі. Складна та обернена функції. Модуль дійсного числа та його властивості. Основні елементарні функції та їх графіки. Поняття границі функції. Основні теореми про границі функцій. П'ять важливих границь. Критерій Коші існування скінченної границі у функції. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції та їх властивості. Порівняння нескінченно малих. Еквівалентні нескінченно малі функції та їх застосування. Різні означення неперервності функцій. Точки розриву та їх класифікація. Арифметичні дії над неперервними функціями. Властивості функцій, неперервних на відрізку. Неперервність монотонної функції. Неперервність елементарних функцій. Теореми про неперервність складеної та оберненої функції. Основні теореми про неперервні функції (теореми Больцано-Коші та Вейерштрасса). Рівномірна неперервність функції. Теорема Кантора. Еквівалентність означень неперервності функції. Неперервність функції в точці, на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Економічна інтерпретація неперервності. Деякі функціональні залежності, що використовуються в економіці. Поняття про виробничі функції. Прості і складні відсотки. Неперервне нарахування відсотків.

Тема 4. Неперервні функції.

Означення неперервності функції в точці. Неперервність функції на числовій множині. Приріст функції та неперервність. Локальні властивості неперервних функцій. Точки розриву першого та другого роду. Неперервність та розриви монотонних функцій. Проміжні значення неперервної функції. Обмеженість неперервної функції на відрізку. Неперервність складної та оберненої функції. Неперервність елементарних функцій. Перша та друга важливі границі та приклади її застосування. Застосування теорії границь до дослідження функцій. Основні елементарні функції. Монотонні, періодичні, парні та непарні функції. Раціональні, трансцендентні функції. Графіки функцій. Математичні функції в табличному процесорі MS Excel. Порівняння функцій в околі заданої точки. Символи O "велике" і o "мале". Еквівалентні функції. Знаходження границь функцій в Mathcad. Приклади порівняння нескінченно малих функцій. Порівняння нескінченно великих функцій. Найважливіші еквівалентності, які використовуються для обчислення границь. Застосування еквівалентних нескінченно малих функцій до обчислення границь. Знаходження невертикальних асимптот графіка функції. Знаходження вертикальних асимптот.

Тема 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Означення похідної. Геометрична інтерпретація похідної. Дотична до графіка функції. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної, її фізичний та геометричний зміст. Означення диференційованості функції. Диференційованість та неперервність. Означення диференціала функції, його фізичний та геометричний зміст. Таблиця похідних. Зв'язок з неперервністю. Правила диференціювання. Похідна складеної та оберненої функцій. Диференціал функції та його властивості. Логарифмічна похідна. Диференціювання

показниково-степеневі функції. Диференціювання неявних функцій. Диференціювання функцій, заданих параметрично. Похідні вищих порядків. Фізичний зміст другої похідної. Похідні вищих порядків від суми та добутку функцій. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для довірливої функції. Формули Маклорена деяких елементарних функцій. Розклади основних елементарних функцій. Умови монотонності та постійності функцій. Локальні екстремуми. Необхідні та достатні умови. Інтервали опуклості функцій і точки перегину. Асимптоти. Основні характеристики функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність). Загальна схема дослідження функцій і побудови графіків функцій.

Тема 6. Числові ряди та ознаки їх збіжності.

Означення ряду та його суми. Числовий ряд. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Обмежені ряди. Ряд геометричної прогресії. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд. Ряди з додатними членами. Достатні ознаки збіжності додатних рядів: ознака порівняння рядів, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца. Абсолютно збіжні ряди та умовно збіжні ряди. Властивості збіжних рядів.

Тема 7. Степеневі ряди.

Означення та приклади степеневих рядів. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Теорема Абеля. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розклад функцій в ряди Тейлора та Маклорена. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Тема 8. Невизначений інтеграл.

Поняття та властивості невизначеного інтеграла. Первісна та невизначений інтеграл. Таблиця основних невизначених інтегралів. Обчислення інтегралів методом внесення під знак диференціала або метод безпосереднього інтегрування. Заміна змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Основні поняття про дробово-раціональні функції. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Інтеграл від трансцендентних функцій, які обчислюються за допомогою інтегрування частинами.

Тема 9. Визначений інтеграл.

Означення визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегровності. Суми Дарбу та їх властивості. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє. Властивості інтеграла зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінних та інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Наближене обчислення визначених інтегралів. Метод інтегрування частинами. Формули прямокутника і трапеції. Формула Сімпсона. Застосування визначеного інтеграла. Застосування до обчислення довжини кривої. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ та об'ємів. Приклади моделей із застосуванням інтегралів. Поняття про невластні інтегралі. Застосування визначеного інтеграла в задачах економіки. Знаходження загальних та середніх величин за відомими маргінальними величинами. Знаходження обсягу виробленої продукції. Надлишок (додатковий вигравш) споживача. Аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренца. Застосування інтегралів у фінансових розрахунках.

Тема 10. Невласні інтегралі.

Означення невластних інтегралів з нескінченними границями. Формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів з нескінченними границями. Означення невластних інтегралів з необмеженими функціями. Формули інтегрування та ознаки збіжності для невластних інтегралів з необмеженими функціями.

Тема 11. Диференціальні рівняння

Диференціальні рівняння. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Диференціальні рівняння з

відокремлюваними змінними. Однородні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння, що допускають пониження порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Використання диференціальних рівнянь у задачах. Модель Еванса встановлення рівноважної ціни. Модель росту (зростання для постійного темпу приросту). Модель росту в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель росту. Модель ринку з прогнозованими цінами. Поняття про різниці рівняння. Модель Самуельсона-Хікса.

Тема 12. Функції декількох змінних

Простір \mathbf{R}^m . Відкриті, замкнені та обмежені множини в \mathbf{R}^m . Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєштрасса в \mathbf{R}^m . Функції багатьох змінних. Функція двох змінних і область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Границі функцій багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями. Неперервні функції багатьох змінних. Основні теореми про неперервні функції багатьох змінних. Частинні похідні і диференційовність функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Економічний зміст частинних похідних. Диференційовність складеної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямком. Похідні і диференціали вищих порядків. Теорема Шварца про рівність мішаних похідних. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних. Випадок функцій двох змінних. Неявні функції. Теореми про існування та диференційовність неявної функції. Неявні функції, що визначаються системами. Поняття умовного екстремуму. Необхідна умова. Метод множників Лагранжа. Поняття про емпіричні формули. Метод найменших квадратів.

Перелік навчальних робіт студентів та оцінки їх у балах з дисципліни «Математичний аналіз»

Види робіт	К-сть балів
Практичне заняття №1. Тема: «Вступ до математичного аналізу. Елементи теорії множин».	2
Практичне заняття №2. Тема: «Границя послідовності».	2
Практичне заняття №3. Тема: «Функції та їх границі».	2
Практичне заняття №4. Тема: «Неперервні функції».	4
Практичне заняття №5. Тема: «Диференціальне числення функцій однієї змінної».	4
Практичне заняття №6. Тема: «Числові ряди та ознаки їх збіжності».	4
Практичне заняття №7. Тема: «Степеневі ряди».	4
Практичне заняття №8. Тема: «Невизначений інтеграл».	4
Практичне заняття №9. Тема: «Визначений інтеграл».	4
Практичне заняття №10. Тема: «Невласні інтеграли».	4
Практичне заняття №11. Тема: «Розв'язки диференціального рівняння».	4
Практичне заняття №12. Тема: «Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків».	4
Практичне заняття №13. Тема: «Функції багатьох змінних».	4
Практичне заняття №14. Тема: «Неперервні функції багатьох змінних».	4
Модульний контроль	20

Виконання індивідуального завдання (СР)	30
Разом: Аудиторна робота	70
Самостійна робота (СР)	30
Всього:	100

КОНТРОЛЬ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

При вивченні дисципліни використовуються наступні форми контролю знань студентів: поточний; модульний; підсумковий.

Поточний контроль передбачає перевірку теоретичних питань, самостійної роботи, практичних робіт та усне опитування по кожній практичній роботі. По даному виду контролю оцінювання знань здійснюється у відповідності до бального розподілу наведеного в попередній таблиці.

Модульний контроль передбачає виконання модульної контрольної роботи. Всі завдання оцінюються в 20 балів. Перше завдання (теоретичне) – 4 бали, друге завдання (практичне) – 8 балів, третє завдання (практичне) – 8 балів.

Формою підсумкового контролю є екзамен. Екзаменаційна оцінка (100 балів) є результатом виконання двох теоретичних питань (2 x 20 балів = 40 балів) та практичного завдання (60 балів).

Результуюча оцінка з дисципліни визначається як середня від балів набраних протягом семестру та отриманих на іспиті.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основні

1. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз: Підручник. – К.: Знання, 2008. – 421 с.
2. Ляшко І.В. Математичний аналіз: Підручник: у 2-х Ч. /І.В.Ляшко, В.Ф.Ємельянов, О.К.Боярчук. – Київ: Вища школа, 1992. – 502 с.
3. Рудавський Ю.К., Костробій П.П., Лібацький Л.Л. та ін. Математичний аналіз: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Ч.1. Л.: Нац. ун-т «Львів. політехніка», 2003. – 403 с.
4. Щетініна О.К. Вища та прикладна математика в економічних прикладах та задачах. Практикум, ч.1.: навч. пос./ О.К. Щетініна, Т.В. Ковальчук та ін. - К.: КНТЕУ, 2017 – 244 с.
5. Шкіль М.І. (2005). Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. К.: Вища школа, 2005. – 648 с.