

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ
Заборонено**

Автори: В.І.ДЕНИСЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
І.С.РУЖИЦЬКИЙ кандидат фіз.-мат. наук, старший
викладач
В.Ю.КОТЛЯР, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики

Програму розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики 17 червня 2020 р., протокол № 21.

Рецензенти: С.В. БІЛОУСОВА, кандидат фіз.-математичних наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
П.Г. ДЕМІДОВ, кандидат технічних наук доцент кафедри
комп'ютерних наук та інформаційних систем

**ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА /
DISCRETE MATHEMATICS**

**ПРОГРАМА /
COURSE SUMMARY**

ВСТУП

Програма дисципліни «Дискретна математика» призначена для здобувачів початкового рівня вищої освіти ОС «молодший бакалавр», галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 122 «Комп'ютерні науки», спеціалізації «Комп'ютерні науки».

Програма складається з таких розділів:

1. Мета, завдання та предмет дисципліни.
2. Передумови вивчення дисципліни як вибіркової компоненти освітньої програми.
3. Результати вивчення дисципліни.
4. Зміст дисципліни.
5. Список рекомендованих джерел.

1. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА ПРЕДМЕТ ДИСЦИПЛІНИ

Метою вивчення навчальної дисципліни «Дискретна математика» є формування у майбутніх фахівців необхідного рівня професійних знань з методів та засобів дослідження та організації дискретних (економічних та інформаційно-технологічних) систем; набуття практичних навичок використання отриманих теоретичних знань для розв'язування задач дискретного аналізу, теорії графів, складних систем дискретного характеру на основі застосування математичних методів та системного підходу; набуття студентами навичок природничого використання формальних методів дискретної математики пов'язаних з розробкою та експлуатацією засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення; підготовка теоретичного фундаменту для вивчення наступних курсів професійної спрямованості.

Завданням вивчення навчальної дисципліни «Дискретна математика» є опанування студентами апарату дискретної математики для формалізації та математичного опису задач, що виникають у процесі розробки та експлуатації засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення, якій в свою чергу є теоретичним фундаментом для вивчення наступних дисциплін професійної спрямованості.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є основні методи аналізу дискретних систем, а також засоби їх представлення та обробки мовою запитів SQL реляційних баз даних і модельному середовищі автоматизованої системи математичного проектування Mathcad.

2. ПЕРЕДУМОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ ЯК ВИБІРКОВОЇ КОМПОНЕНТИ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ.

Знання та вміння, набуті протягом вивчення шкільного предмету «Математика».

3. РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Дискретна математика», як обов'язкова компонента освітньо-професійної програми, забезпечує оволодіння студентами загальними та фаховими компетентностями і досягнення ними програмних результатів навчання за відповідною освітньо-професійною програмою:

Комп'ютерні науки (ОС молодший бакалавр)

Номер в освітній програмі	Зміст компетентності	Номер теми, що розкриває зміст компетентності
<i>Загальні компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
ЗК 2	Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8
<i>Фахові компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
СК 1	Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8
СК 5	Здатність здійснювати формалізований опис задач дослідження операцій в організаційно-технічних і соціально-економічних системах різного призначення, визначати їх оптимальні розв'язки, будувати моделі оптимального управління з урахуванням змін економічної ситуації, оптимізувати процеси управління в системах різного призначення та рівня ієрархії.	3, 5, 6
<i>Програмні результати навчання за освітньо-професійною програмою</i>		
ПР 2	Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та	2, 3, 5, 6, 7, 8

	прикладного характеру в 34 процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.	
--	--	--

4. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Предмет, методи і завдання комп'ютерної дискретної математики.

Роль математичної обробки, аналізу та перетворення дискретної інформації у галузях наукової, господарської та соціальних сферах. Місце дисципліни в системі природничих наук. Задачі комп'ютерної дискретної математики. Приклади математичних моделей, що припускають використання комп'ютера.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 2. Елементи теорії множин.

Поняття множини. Способи подання множин. Комп'ютерне подання множин. Скінченні та нескінченні множини. Потужність множин. Рівність множин. Універсальна множина. Булеан. Графічне зображення множин. Операції над множинами: об'єднання, перетин, різниця, симетрична різниця, доповнення. Діаграми Венна. Кола Ейлера. Алгебра множин. Закони алгебри множин: комутативний, асоціативний, дистрибутивний. Закони ідемпотентності, елімінації, інволюції, протиріччя, виключення третього, де Моргана. Властивості порожньої та універсальної множини. Рівнопотужні множини. Зліченні, незліченні, континуальні множини. Кортелі. Декартів добуток множин. Декартів степінь множин. Погляд на теорію множин, як на фундаментальну основу для побудови систем управління базами даних під час побудови та організації комп'ютерних мереж.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 3. Відношення та функції.

Поняття n-арного відношення. Бінарні відношення. Способи подання бінарних відношень на скінчених множинах (список, бінарна матриця, граф). Властивості бінарних відношень (рефлексивність, антирефлексивність, транзитивність, антитранзитивність, симетричність,

антисиметричність, асиметричність). Операції над бінарними відношеннями (доповнення відношення, обернене відношення, композиція відношень, степінь відношення, переріз відношення, фактор – множина). Аналітичне доведення тотожностей. Відношення еквівалентності. Клас еквівалентності, система класів еквівалентності. Властивості класів еквівалентності. Відношення часткового порядку. Частково впорядкована множина. Порівнянні елементи. Тотальне впорядкована множина. Діаграма Хассе. Відношення строгого порядку. Відношення толерантності. Застосування властивостей бінарних відношень. Замикання відношень. Алгоритм Уоршалла. Функціональні відношення. Область визначення та область значень відношення. Відображення. Образ. Прообраз. Ін'єкція. Сюр'єкція. Бієкція. Зворотна функція. Композиція функцій. Зростання функцій. Оцінки складності алгоритмів. Реляційна модель даних. Реляційна алгебра. Термінологія: кортежі, домени, атрибути. Операції реляційної алгебри (об'єднання, перетин, різниця, прямий добуток, обмеження, проєкція, натуральне з'єднання, ділення). Застосування відношень при побудові комп'ютерних баз даних які організовані у вигляді таблиць.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 4. Основи комбінаторного аналізу.

Основні об'єкти комбінаторики. Типи комбінаторних задач. Основні правила комбінаторики. Перестановки. Розміщення. Сполучення. Біноміальні коефіцієнти. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля. Біном Ньютон. Принцип включення - виключення.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 5. Елементи загальної алгебри.

N -арні операції. Арність операції, унарні операції, бінарні операції, записи infix, prefix, postfix, таблиця Келі, властивості операцій, обернений елемент, операції додавання та множення за модулем. Поняття алгебраїчної структури, підструктури. Гомоморфізм, ізоморфізм. Півгрупа, моноїд, група, абелева група. Кільця і поля. Верхня та нижня грані у

частково упорядкованій множині. Гратка, повна гратка, одиниця і нуль гратки.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 6. Математична логіка.

Ідея математизації логіки. Логіка висловлювань. Поняття атома, молекули, формули. Логічні зв'язки. Область дії логічних зв'язок. Загальнозначущі і заперечувальні формули. Значення істинності висловлювань. Закони логіки висловлювань. Побудова формул. Інтерпретація формул у логіці висловлювань. Логічні наслідки. Правила дедуктивних висновків логіки висловлювань. Кон'юнктивна нормальна форма (КНФ), диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ), перетворення довільної формули в одну з нормальних форм. Логіка першого ступеня (предикатів). Поняття предиката. Квантори. Область дії квантора. Закони логіки першого ступеня. Правильно побудовані формули. Інтерпретація формул. Логічні наслідки в логіці першого ступеня. Переклад речень на мову предикатів і кванторів. Випереджені нормальні форми. Префікс, матриця формули. Алгоритм зведення довільної формули до випередженої нормальної форми. Метод резолюцій автоматичного доведення логічних теорем. Булеві змінні. Означення булевої функції. Способи задання булевих функцій (таблиця, формула). Булеві функції від однієї та двох змінних. Ізоморфізм алгебри множин та булевої алгебри. Алгебра логіки. Елементарні функції алгебри логіки. Властивості операцій. Пріоритет операцій. Закони і тотожності алгебри логіки. Поняття формули. Еквівалентні формули. Доведення еквівалентності формул і побудова нових. Математична індукція. Двоїсті булеві функції. Самодвоїсті булеві функції. Принцип двоїстості. Правило побудови двоїстих формул. Форми подання булевих функцій. Нормальні форми. ДНФ, ДДНФ, зведення ДНФ до ДДНФ. КНФ, ДКНФ, перетворення КНФ на ДКНФ за допомогою розщеплення диз'юнкцій. Перехід від таблиці булевої функції до формули алгебри логіки і навпаки. Алгебра Жегалкіна. Закони алгебри Жегалкіна. Формули переходу від алгебри логіки до алгебри Жегалкіна і навпаки. Поліном Жегалкіна. Лінійні булеві функції. Функціонально повні системи. Основні поняття. Замкнені класи булевих функцій. Теорема Поста про функціональну повноту системи булевих функцій. Мінімізація булевих функцій. Карти Карно. Метод Квайна-Мак-Класкі. Реалізація булевих

функцій схемами з функціональних елементів. Застосування булевої алгебри при розв'язанні задач обробки інформації, при роботі з базами даних, в логічному програмуванні при проектуванні інтелектуальних систем, для конструювання та аналізу роботи комп'ютерів та інших електронних пристроїв. Використання математичної логіки для розробки спеціальних мов для баз даних, для моделювання класів інтелектуальних процедур (основи штучного інтелекту), для формалізації деяких областей людського мислення з метою написання програм для обчислювальної техніки з можливостями міркування.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 7. Теорія графів.

Основні означення та термінологія: простий граф, вершина, ребро, петля, підграф, псевдограф, орієнтовані графи, неорієнтовані графи, повний граф, порожній граф, дводольний граф, степінь вершини, однорідний граф. Зв'язок між степенями вершин та кількістю його ребер. Лема про рукоятискання. Способи подання графів (список пар, геометричний, матриця суміжності, матриця інцидентності). Маршрут, ланцюг, шлях, цикл, контур. Властивості шляхів та циклів. Зв'язність графів. Компонента зв'язності. Типи зв'язності. Ізоморфні графи. Ейлерові графи. Необхідна і достатня умова існування ейлерового циклу. Алгоритм виділення ейлерового циклу. Гамільтонови графи. Умова існування гамільтонового ланцюгу і циклу. Планарні графи. Внутрішня грань. Зовнішня грань. Ейлерова характеристика поверхні. Гомеоморфні графи. Необхідна і достатня умова планарності. Алгоритм побудови плоского зображення графа. Відстані на графах. Графи з числовими характеристиками ребер (дуг). Відстань між двома вершинами на графі. Алгоритм визначення відстані між вершинами на графі з одиничними довжинами ребер. Алгоритм Дейкстри визначення відстані між вершинами на графі з довільними довжинами ребер. Дерево. Підрахунок числа дерев у графі. Ліс. Кістякове дерево. Цикломатичне число. Неорієнтовані та орієнтовані дерева. Основні поняття (корінь, кореневе дерево, листя, вузли, гілки, ребра, дуги). Властивості дерев. Термінологія для опису відношень між вузлами дерева: корінь, батько, син, брати. Піддерево. N -арне дерево. Повне N -арне дерево. Порядок дерева. Бінарне дерево. Рівень вершини. Висота дерева. Глибина дерева. Задача Келлі. Зважений граф. Вага підграфа. Задача знаходження мінімального кістякового дерева (МКД)

графа. Алгоритм Борувки. Код дерева. Алгоритм кодування дерев. Алгоритм декодування дерев. Бінарні дерева. Обхід дерев. Правила обходу бінарних дерев (прямий, внутрішній, зворотній). Форми запису виразів (префіксна, інфіксна, постфіксна). Мережі. Основні поняття (вхід, вихід, пропускна здатність, потік, насичена дуга, вільна дуга, зайнята дуга, повний потік, розріз мережі). Задача про найбільший потік. Теорема про найбільший потік і розріз із найменшою пропускною спроможністю. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Застосування теорії графів до моделювання довільних схем в яких виділяються більш прості частини і зв'язки між ними в області економіки (задача комівояжера, проблеми чотирьох фарб) в області програмування (планарна реалізація електронних схем та ін.).

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

Тема 8. Мова та граматики.

Задача формалізації мов та перекладу. Необхідність формального задання мов та розв'язку задачі перекладу в програмуванні. Перетворення рядків символів. Задання мов за допомогою граматик. Мова що розпізнає і породжує граматики термінальні і нетермінальні символи, продукція початковий символ, вивід рядків. Форма Бекуса- Наура запису продукцій граматики. Типи граматик. Ієрархія Хомського: граматики загального вигляду, контекстно-залежні, контекстно-вільні, регулярні. Проблеми належності, порожності, еквівалентності для мов. Регулярні вирази і мови. Деревя виводів. Стратегії виводу: зверху вниз, зліва направо, знизу вгору. Побудова граматики мови програмування: алфавіт мови, службові слова, ідентифікатори, оператори.

Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 2, 3, 4

Додатковий: 1,2,3

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основний

1. Асеев Г. Г. *Дискретна математика.* /Г. Г. Асеев, О. М. Абрамова, Д.Э. Ситников. – К.: Кондор, - 2008. – 162 с.
2. Борисенко О.А. *Лекції з дискретної математики (множини і логіка).*/ О.А. Борисенко – Суми: ВТД "Університетська книга", 2002. – 178 с.

3. *Капітонова Ю.В. Основи дискретної математики: Підручник у 2-х томах./ Ю.В. Капітонова, С.Л. Кривий, О.А. Лещевський, Г.М. Луцький, М.К. Печурін – К.: ЛіфтСофт, 2000. – 1 том – 380 с., 2 том – 370 с.*
4. *Пономаренко Л.А. Основи економічної кібернетики: Підручник./ Л.А. Пономаренко – К.: Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2002. – 432 с.*

Додатковий

1. Андрійчук В. І. Вступ до дискретної математики. / В. І. Андрійчук, М. Я. Комарницький, Ю. Б. Іщук; Львів. нац. ун-т ім. І.Франка. – Л., 2003. — 254 с.
2. Бажин І.І. Економічна кібернетика./ І.І. Бажин – Компакт-підручник. – Х. : Консум, 2004. – 290 с.
3. Базилевич Л. Є. Дискретна математика у прикладах і задачах : теорія множин, математична логіка, комбінаторика, теорія графів. – Математичний практикум. – Львів, 2013. – 486 с.

**Примітка. Курсивом позначені джерела, наявні в бібліотеці КНТЕУ*