

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ**

**СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ**

**Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої  
освіти**

*сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015*

**Кафедра вищої та прикладної математики**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

вченою радою

(пост. ч. від " 2020 р.)

Ректор

А. А. Мазаракі



**ВЕКТОРНИЙ І ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ /  
VECTOR AND TENSOR ANALYSIS**

**ПРОГРАМА /  
COURSE SUMMARY**

**Київ 2020**

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ  
заборонено**

Автор: І.С.РУЖИЦЬКИЙ кандидат фіз.-мат. наук, старший викладач

Програму розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та  
прикладної математики 31 серпня 2020 р., протокол № 1

Рецензенти: О.К. ЩЕТІНІНА, доктор фіз. – матем. наук, професор,  
зав. кафедри вищої та прикладної математики,  
П.Г. ДЕМІДОВ, кандидат технічних наук, доцент кафедри  
комп'ютерних наук та інформаційних систем

## **ВЕКТОРНИЙ І ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ / VECTOR AND TENSOR ANALYSIS**

### **ПРОГРАМА / COURSE SUMMARY**

## ВСТУП

Програма дисципліни «Векторний і тензорний аналіз» призначена для здобувачів першого рівня вищої освіти ОС «Бакалавр», галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 122 «Комп'ютерні науки», спеціалізації «Комп'ютерні науки» та галузі знань 12 «Інформаційні технології», спеціальності 126 «Інформаційні системи та технології», спеціалізації «Інформаційні системи та технології».

Програму підготовлено відповідно до вимог Стандартів вищої освіти України та відповідних освітньо-професійних програм підготовки бакалаврів.

Програма складається з таких розділів:

1. Мета, завдання та предмет дисципліни.
2. Передумови вивчення дисципліни як вибіркової компоненти освітньої програми.
3. Результати вивчення дисципліни.
4. Зміст дисципліни.
5. Список рекомендованих джерел.

### **1. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА ПРЕДМЕТ ДИСЦИПЛІНИ**

*Метою* вивчення дисципліни «Векторний і тензорний аналіз» є формування у студентів поняття про векторні поля, диференціальні операції над векторними полями, інтегральні теореми для векторних полів, тензори та алгебраїчні операції над ними, перетворення систем координат, диференціальні операції над тензорами.

*Завданням* вивчення дисципліни «Векторний і тензорний аналіз» є:

- ознайомлення студентів з основними поняттями та методами векторного і тензорного аналізу, необхідними для застосування у ряді галузей знань.
- засвоєння основних теоретичних відомостей і набуття практичних вмінь і навичок розв'язування основних типів задач;
- формувати навички самостійної роботи над матеріалом.

*Предметом* вивчення навчальної дисципліни є скалярні, векторні і тензорні величини; диференціальні операції над полями; основні теореми векторного аналізу у декартових і криволінійних координатах.

### **2. ПЕРЕДУМОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ ЯК ВИБІРКОВОЇ КОМПОНЕНТИ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ**

Знання та вміння, набуті під час вивчення дисциплін «Математичний аналіз», «Дискретна математика».

### 3. РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Дисципліна «Векторний і тензорний аналіз», як вибіркова компонента освітньо-професійної програми, забезпечує оволодіння студентами загальними та фаховими компетентностями і досягнення ними програмних результатів навчання за відповідними освітньо-професійними програмами:

#### *Комп'ютерні науки (ОС бакалавр)*

<b>Номер в освітній програмі</b>	<b>Зміст компетентності</b>	<b>Номер теми, що розкриває зміст компетентності</b>
<i>Фахові компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
СК 2	Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування методів обчислювального інтелекту, зокрема статистичної, нейромережевої та нечіткої обробки даних, методів машинного навчання та генетичного програмування тощо.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
СК 4	Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8
<i>Програмні результати навчання за освітньо-професійною програмою</i>		
ПР 2	Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.	1, 2, 3, 5, 6, 7, 8
ПР 4	Використовувати методи обчислювального інтелекту, машинного навчання, нейромережевої та нечіткої	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

	обробки даних, генетичного та еволюційного програмування для розв'язання задач розпізнавання, прогнозування, класифікації, ідентифікації об'єктів керування тощо.	
ПР 12	Застосовувати методи та алгоритми обчислювального інтелекту та інтелектуального аналізу даних в задачах класифікації, прогнозування, кластерного аналізу, пошуку асоціативних правил з використанням програмних інструментів підтримки багатовимірного аналізу даних на основі технологій DataMining, TextMining, WebMining.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

*Інформаційні системи та технології (ОС бакалавр)*

<i>Загальні компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
КЗ 1	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу	1, 2, 3, 5, 6, 7
КЗ 2	Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
КЗ 5	Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
<i>Фахові компетентності за освітньо-професійною програмою</i>		
КС 1	Здатність аналізувати об'єкт проектування або функціонування та його предметну область.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
КС 11	Здатність до аналізу, синтезу і оптимізації інформаційних систем та технологій з використанням математичних моделей і методів	1, 2, 3, 5, 6, 7
КС 13	Здатність проводити обчислювальні експерименти, порівнювати результати експериментальних даних і отриманих рішень	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
<i>Програмні результати навчання за освітньо-професійною програмою</i>		
ПР 1	Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення,	1, 2, 3, 5, 6, 7

	теорію функцій багатьох змінних, теорію рядів, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію ймовірностей та математичну статистику в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації.	
ПР 2	Застосовувати знання фундаментальних і природничих наук, системного аналізу та технологій моделювання, стандартних алгоритмів та дискретного аналізу при розв'язанні задач проектування і використання інформаційних систем та технологій.	1, 2, 3, 5, 6, 7

#### 4. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

##### **Тема 1. Основні елементи векторної алгебри.**

Основні операції над векторами та їх властивості. Лінійна залежність векторів. Векторний базис. Розклад вектора за базисними векторами. Поняття ортонормованого базису. Взаємні базиси та їх властивості. Контраваріантні і коваріантні компоненти вектора. Закон перетворення компонент вектора як основа аналітичного визначення вектора. Зв'язок між коваріантними й контраваріантними компонентами вектора. Метричний тензор та його властивості. Ортогональні базиси. Прямокутна декартова система координат.

##### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1, 2, 3*

##### **Тема 2. Поняття тензора. Закон перетворення компонент тензора.**

##### **Приклади тензорів. Властивості тензорів.**

Часткові випадки тензорів у тривимірному просторі. Скаляр і вектор як тензори нульового і першого рангу. Означення тензора в загальному випадку. Закон перетворення компонент тензора. Розклад тензора за векторами. Фізичні компоненти тензора. Тензор напружень та тензор моментів інерції як фізичні приклади тензорів другого рангу. Метричний тензор.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1,2,3*

### **Тема 3. Криволінійні координати. Ортогональні системи координат.**

Радіус-вектор точки. Способи завдання координат у просторі. Координатні поверхні та координатні лінії. Поняття криволінійних координат. Локальний базис криволінійної системи координат. Елементи простору в криволінійних координатах. Ортогональні системи координат. Коефіцієнти Ламе та їх геометричний зміст. Циліндрична та сферична системи координат як приклади ортогональних криволінійних систем координат.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1,2,3*

### **Тема 4. Операції над тензорами. Головні осі тензора. Інваріанти тензора.**

Визначення операцій додавання, множення, згортки, симетрування та альтернування тензорів. Головні осі та інваріанти тензора другого рангу. Приведення тензора до головних осей. Шаровий тензор і девіатор тензора другого рангу.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1,2,3*

### **Тема 5. Тензорні поля. Скалярні і векторні поля та їх характеристики.**

Поняття тензорного поля. Стаціонарні і нестаціонарні тензорні поля. Фізичні та геометричні приклади тензорних полів. Тензор-функція скалярного аргументу та її похідна. Скалярні поля та їх характеристики. Поверхні рівня скалярного поля. Градієнт скалярного поля в точці. Властивості градієнта. Векторні поля та їх характеристики. Потік, дивергенція, циркуляція та ротор векторного поля.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1,2,3*

### **Тема 6. Інтегральні теореми векторного аналізу. Диференціальні операції першого і другого порядку. Дії з оператором «набла».**

Теореми Остроградського та Стокса у векторному вигляді. Диференціальні операції першого і другого порядків. Оператор Лапласа і гармонічні функції. Оператор Гамільтона набла та його властивості. Застосування оператора набла до добутків скалярних і векторних полів.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1,2,3*

### **Тема 7. Спеціальні види векторних полів.**

Потенціальне векторне поле. Критерій потенціальності векторного поля. Визначення скалярного потенціалу поля. Фізичні приклади потенціальних полів. Соленоїдальне векторне поле. Критерій соленоїдальності. Визначення векторного потенціалу поля. Лапласове векторне поле. Критерій гармонічності поля. Основна теорема векторного аналізу.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1,2,3,4*

*Додатковий: 1,2,3*

### **Тема 8. Елементи тензорного аналізу. Коваріантне диференціювання тензорів.**

Поле тензора другого рангу. Потік тензорного поля. Приклади обчислення потоку тензорного поля. Похідна тензорного поля в точці за напрямом. Коваріантне диференціювання тензора другого рангу. Символи Кристоффеля.

### **Список рекомендованих джерел:**

*Основний: 1, 2, 3, 4*

*Додатковий: 1,2,3*

## **5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ**

### **Основні**

1. Валь О.Д. Основи векторного та тензорного аналізу [Текст] : навч. посібник для студ. вищих навч. закл. / О. Д. Валь [и др.]. - Чернівці : Книги-XXI, 2006. - 228 с.
2. Лиман Ф.М. Основи векторного та тензорного аналізу [Текст] : навч. посіб. для студ. фіз.-мат. ф-тів / Ф. М. Лиман ; Сумський держ. педагогічний ун-т ім. А.С.Макаренка. - Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2005. - 84 с.
3. Нікулін О. В. Основи векторного та тензорного числення: теоретичні відомості та тести [Текст] : навч. посіб. / О. В. Нікулін, Т. В. Наконечна. - Дніпропетровськ : Біла К. О. [вид.], 2012. - 72 с.
4. Разумова М. А. Основи векторного і тензорного аналізу [Текст] : навч. посіб. для студ. фіз. спец. ун-тів / М. А. Разумова, В. М. Хотяїнцев ; Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. - К. : Київський університет, 2011. - 215 с.

### **Додаткові**

1. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. – Х.: Высшая школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. – 216с.



2. Елементи векторного аналізу [Текст] : навч. посіб. / С. А. Кривошея [та ін.] ; Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. - Київ : Київський університет, 2018. - 263 с. : рис. - Бібліогр.: с. 211.
3. Елементи векторного аналізу [Текст] : навч. посіб. для студентів вищ. техн. навч. закл. / В. А. Ванін, Ю. Л. Геворкян, О. Л. Григор'єв. - Харків : Підручник НТУ "ХПІ", 2016. - 459 с.

*\*Примітка. Курсивом позначені джерела, наявні в бібліотеці КНТЕУ*