



**Факультет інформаційних технологій
Кафедра вищої та прикладної математики**

СИЛАБУС (SYLLABUS)

**Дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика»/
Probability theory and mathematical statistics»**

ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧА

Викладач	Карташова Світлана Степанівна
Науковий ступінь	Доктор біологічних наук, кандидат фізико-математичних наук
Вчене звання	Доцент
Посада	Професор кафедри вищої та прикладної математики
Адреса кафедри	м.Київ, вул. Кіото 19, каб. А-509, А-510
E-mail	prikmath@bigmir.net
Консультації	Відповідно до графіку індивідуальних консультацій на сайті кафедри

ПОЛІТИКА АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ

<https://knute.edu.ua/file/MzEyMQ==/c12a9f74e87d9154696ca0f761da2e5c.pdf>

Дотримання академічної доброчесності передбачає:

- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);
- посилання на джерела інформації у разі використання не авторських ідей, розробок, тверджень, відомостей і т.п.;
- дотримання норм законодавства про авторське право і суміжні права;
- надання достовірної інформації про результати власної наукової діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

Порушенням академічної доброчесності вважається:

- академічний плагіат – оприлюднення (частково або повністю) наукових (творчих) результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження (творчості) та/або відтворення опублікованих текстів (оприлюднених творів мистецтва) інших авторів без зазначення авторства;
- самоплагіат – оприлюднення (частково або повністю) власних раніше опублікованих наукових результатів як нових наукових результатів;
- фабрикація – вигадкування даних чи фактів, що використовуються в наукових дослідженнях;
- фальсифікація – свідомо зміна чи модифікація вже наявних даних, що стосуються наукових досліджень.

За порушення академічної доброчесності здобувачі освіти можуть бути притягнені до академічної відповідальності:

- повторне проходження оцінювання (модульний контроль, іспит, залік тощо);
- повторне проходження відповідного освітнього компонента освітньо-професійної програми;
- відрахування з Університету;
- позбавлення наданих університетом пільг;

- відмова у присудженні відповідного ступеня вищої освіти;

ПОЛІТИКА ЩОДО ВІДВІДУВАННЯ ЗАНЯТЬ

- відвідування занять є обов'язковим;
- Студент, який пропустив практичне заняття, самостійно вивчає матеріал (при виникненні питань може звертатися за консультацією згідно розкладу консультацій викладачів оприлюдненого на сайті кафедри) за наведеними джерелами, виконує завдання і дає його викладачу.
- за об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування та ін.) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із викладачем дисципліни.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назва дисципліни / тип дисципліни	Теорія ймовірностей та математична статистика/обов'язкова
Навчальний рік	2021-2022
Факультет	Факультет інформаційних технологій
Курс	1
Семестр	2
Освітній ступінь	Молодший бакалавр
Галузь знань	12 «Інформаційні технології»
Спеціальність	122 «Комп'ютерні науки»
Загальна характеристика	Кількість годин –180 Кількість кредитів – 6 Види занять: лекції, практичні, самостійна робота. Співвідношення аудиторних годин і годин самостійної роботи - 68/112 Мова викладання – українська Форма викладання – очна
Підсумковий контроль	Екзамен
Програмне забезпечення	Пакет Microsoft Office
Обладнання	Проектор, комп'ютерна техніка із встановленим програмним забезпеченням та доступом до мережі Інтернет.
Необхідні попередні дисципліни	Шкільний курс «Математика»
Методика вивчення	Методика вивчення дисципліни полягає у набутті студентами знань теоретичного і практично-прикладного характеру під час лекцій, практичних занять, самостійної роботи та вивчення першоджерел і навчально-методичної літератури.
Мета і завдання	Метою вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» є формування базових знань достатніх для адекватного застосування теоретико - ймовірнісних методів та використання моделювання випадкових процесів при розв'язанні конкретних економічних задач прикладного характеру, а також забезпечення неперервності освіти. Завданням вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» є: <ul style="list-style-type: none"> • навчити обчислювати ймовірності подій, користуючись різними означеннями ймовірностей та стандартними формулами; • ознайомити з основними дискретними та неперервними розподілами; • вміти знаходити числові характеристики випадкових величин;

	<p>ознайомити зі стандартними задачами математичної статистики;</p> <ul style="list-style-type: none"> • навчити будувати точкові та інтервальні оцінки невідомих параметрів в задачах параметричної та непараметричної статистики; • навчити здійснювати перевірку статистичних гіпотез та інтерпретувати отримані результати; • здобути практичні навички побудови математико-статистичних моделей випадкових явищ та процесів, навчити користуватися сучасними прикладними пакетами статистичних програм, що призначені для аналізу статистичної інформації.
Місце дисципліни в освітньо-професійній програмі	
Загальні компетентності	ЗК 6 Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями. ЗК 7 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
Фахові компетентності (результати навчання)	СК 2 Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування чисельних і статистичних методів обробки даних.
Програмні результати навчання	ПР 3 Використовувати знання закономірностей випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, моделей випадкових процесів та сучасних програмних середовищ для розв'язування задач статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей.

ТЕМАТИКА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей

Стохастичний експеримент його роль та місце при моделюванні соціально-економічних та природничих процесів. Предмет теорії ймовірностей. Частотна інтерпретація ймовірності, статистична стійкість. Математична модель стохастичного експерименту. Простір елементарних подій. Алгебри та σ - алгебри випадкових подій. Елементи теорії міри. Аксиоматичний підхід до побудови ймовірнісного простору (аксіоматика А.М. Колмогорова). Ймовірність на дискретному просторі елементарних наслідків стохастичного експерименту. Теорема суми для n випадкових подій, визначених на одному ймовірнісному просторі.

Тема 2. Класичний, статистичний та геометричний підходи до означення ймовірностей.

Класичне означення ймовірностей. «Схема урн» для визначення загального числа елементарних наслідків в стохастичних експериментах, які задовольняють класичному означенню: вибір з поверненням та без повернення. Елементи комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, принципи редукції та незалежного вибору, основні комбінаторні формули (число розміщень, сполучень і перестановок). Обчислення класичних ймовірностей з використанням функцій COMBIN та FACT в середовищі MS Excel. Гіпергеометричний розподіл та його узагальнення. Статистичне означення ймовірностей та їх властивості. Поняття про міру Лебега. Геометричне означення ймовірностей. Задача про зустріч. Практичне застосування різних підходів до побудови ймовірнісного простору: задача Бюффона, парадокс Бертрана. Візуалізація результатів побудови ймовірнісного простору засобами MS Office.

Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєсса.

Умовна ймовірність та теорема добутку для залежних подій. Поняття попарної незалежності випадкових подій. Незалежність випадкових подій у сукупності та теорема добутку для них. Повна група подій, або гіпотез. Формула повної ймовірності та формули Байєсса. Приклади розв'язання та оформлення рішення типових задач в середовищі MS Excel. Принципи використання байєсовського підходу при послідовній процедурі прийняття рішень.

Тема 4. Моделі повторних випробувань. Граничні теореми Муавра-Лапласа, Бернуллі та Пуассона.

Модель незалежних повторних випробувань як прямий добуток ймовірнісних просторів. Випробування за схемою Бернуллі. Розподіл числа успіхів при проведенні n незалежних випробувань. Біноміальний розподіл в середовищі MS Excel: функція BINOM.DIST (B(n,p)). Найвірогідніше число успіхів та його ймовірність. Наближені методи обчислення біноміальних ймовірностей та їх точність. Локальна теорема та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. приклади задач та розрахунки за допомогою функції NORM.DIST в MS Excel. Теорема Бернуллі для оцінки дійсної ймовірності через статистичну частоту. Приклади використання при визначенні мінімально достатнього обсягу вибіркового дослідження із залученням ППП ЕРІ-ІНФО. «Рідкісні» події. Формула Пуассона: приклади задач та розрахунки за допомогою функції POISSON.DIST в MS Excel. Номер першого успішного випробування в серіях незалежних стохастичних експериментах за схемою Бернуллі. Геометричний розподіл.

Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.

Означення випадкових величин та їх класифікація. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Таблиця та полігон розподілу, їх представлення в середовищі MS Excel. Числові характеристики розподілу ймовірностей: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти, їх властивості та способи обчислення засобами MS Excel з використанням пакету «Аналіз даних». Основні закони дискретних розподілів та їх числові характеристики (вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, геометричний розподіл): формальне визначення та графічне представлення в MS Excel за допомогою функцій BINOM.DIST, NEGBINOM.DIST, HYPGEOM.DIST та ін. Приклади застосування дискретних розподілів в типових фахових задачах.

Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.

Означення неперервних випадкових величин. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Поняття про інтеграл Лебега-Стільтєсса. Абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. Перетворення випадкових величин. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин та їх властивості. Характеристична та виробляюча функції. Кванталі. Приклади розв'язання типових задач на побудову функції та щільності розподілу, обчислення їх характеристик засобами MS Excel.

Тема 7. Найважливіші абсолютно неперервні розподіли, їх властивості та числові характеристики.

Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. Показниковий (експоненціальний) закон розподілу. Властивість відсутності післядії. Гамма-розподіл. Нормальний закон розподілу ймовірностей, його стандартне представлення та правило трьох σ . Розподіл Вейбулла. Логарифмічно-нормальний розподіл. Візуальний супровід розв'язання типових задач з використанням функцій RAND, EXPON.DIST, GAMMA.DIST, NORM.DIST, PHI, WEIBULL.DIST, LOGNORM.DIST в середовищі MS Excel.

Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні.

Випадкові вектори та сумісний закон розподілу ймовірностей його компонент. Маргінальні функції розподілу компонент випадкового вектора. Дискретні та абсолютно неперервні розподіли. Маргінальні щільності розподілу компонент випадкового вектору. Умовні закони розподілу ймовірностей випадкового вектору. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики. Коваріаційна та кореляційна матриця. Розподіли Хі-квадрат, Стюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним нормальним розподілом. Багатовимірний нормальний розподіл. Біржовий парадокс. Приклади розв'язання типових задач засобами MS Excel.

Тема 9. Випадкові послідовності. Граничні теореми.

Нерівності Маркова та Чебишева. Збіжність послідовностей випадкових величин за ймовірністю та майже напевно. Закони великих чисел та умови їх виконання. Слабка збіжність чи збіжність за розподілом. Центральна гранична теорема. Теорема Ляпунова для послідовностей незалежних однаково розподілених випадкових величин. Застосування граничних теорем при формуванні теоретичної бази математичної статистики.

Тема 10. Елементи теорії випадкових процесів та теорії масового обслуговування.

Визначення випадкового процесу та його характеристики. Стаціонарні та ергодичні випадкові процеси. Функція кореляції та її властивості. Гауссовські випадкові процеси. Марківські процеси. Ланцюги Маркова з дискретним часом. Визначення та класифікація станів за асимптотичною властивістю перехідних ймовірностей. Ланцюги Маркова з неперервним часом. Диференціальні рівняння Колмогорова. Граничні (фінальні) ймовірності станів. Час переходу з одного стану в інший для ланцюгів Маркова з неперервним часом. Процеси загибелі та розмноження. Поняття про випадковий потік подій. Найпростіший потік та пуассонівський процес. Основні поняття теорії масового обслуговування. Марківські системи масового обслуговування. Системи масового обслуговування з відмовами. Поняття про метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло).

Тема 11. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.

Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл. Емпірична функція розподілу та гістограма. Вибіркові моменти. Статистичні оцінки та їх властивості. Збіжність статистичних оцінок - емпіричних характеристик за даними спостережень до теоретичних аналогів. Властивості емпіричної функції розподілу. Властивості гістограми. Властивості вибіркових моментів. Груповані дані вибіркових спостережень. Застосування модуля «Описові статистики» пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel при обчисленні статистичних оцінок.

Тема 12. Методи параметричної та непараметричної оцінки параметрів.

Точкові оцінки щодо параметричної сукупності розподілів. Методи знаходження оцінок: метод моментів та максимальної вірогідності. Порівняння точкових оцінок. Інтервальні оцінки. Загальний алгоритм побудови довірчих границь (інтервальних оцінок) певного рівня значущості для точкових оцінок. Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі, їх практична побудова для наявних даних статистичних спостережень за допомогою функцій CONFIDENCE.NORM та CONFIDENCE.T в середовищі MS Excel.

Тема 13. Методи перевірки статистичних гіпотез.

Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез та потужність критерію. Критерії узгодженості: критерій Колмогорова-Смірнова та Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність. Критерій Стюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій. Критерій χ^2 -квадрат про єдину дисперсію для нормальної статистичної моделі. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій для нормальної статистичної моделі. Перетворення Фішера для перевірки гіпотез про взаємну незалежність. Основи однофакторного та двофакторного дисперсійного аналізу: групові, між групові середні та дисперсії, коефіцієнт варіації та інформативності. Непараметричні критерії перевірки статистичних гіпотез: медіанний, пар, знаків. Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кендала. Розв'язання типових задач на перевірку статистичних гіпотез щодо наявних даних спостережень із застосуванням пакету «Аналіз даних» в середовищі MS Excel.

Тема 14. Елементи регресійного аналізу. Поняття про факторний та кластерний аналіз даних статистичних спостережень.

Основи однофакторного та двофакторного дисперсійного аналізу: групові, між групові середні та дисперсії, коефіцієнт варіації та інформативності. Регресійні моделі як інструмент аналізу і прогнозуванню економічних явищ. Парна лінійна та нелінійна регресія: побудова інтервальних оцінок та перевірка моделі на адекватність даним спостережень за допомогою пакета «Аналіз даних» в середовищі MS EXCEL. Множинна лінійна регресія. Основні положення та сфери застосування факторного та кластерного аналізу. Особливості практичного застосування

пакетів прикладних статистичних програм (Statistica, Statgraphic, Epi-Info тощо) та модуля «Аналіз даних» в середовищі MS EXCEL при аналізі даних спостережень.

**Перелік навчальних робіт студентів та оцінки їх у балах з дисципліни
«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

Види робіт	К-сть балів
Практичне заняття №1. Тема: «Основні поняття теорії ймовірностей».	2
Практичне заняття №2. Тема: «Класичний, статистичний та геометричний підходи до означення ймовірностей».	2
Практичне заняття №3. Тема: «Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєсса».	2
Практичне заняття №4. Тема: «Моделі повторних випробувань. Граничні теореми Муавра-Лапласа, Бернуллі та Пуассона».	2
Практичне заняття №5. Тема: «Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики».	2
Практичне заняття №6. Тема: «Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики».	2
Практичне заняття №7. Тема: «Найважливіші абсолютно неперервні розподіли, їх властивості та числові характеристики».	2
Практичне заняття №8. Тема: «Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні».	2
Практичне заняття №9. Тема: «Випадкові послідовності. Граничні теореми».	2
Практичне заняття №10. Тема: «Елементи теорії випадкових процесів та теорії масового обслуговування».	4
Практичне заняття №11. Тема: «Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки».	4
Практичне заняття №12. Тема: «Методи параметричної оцінки параметрів».	4
Практичне заняття №13. Тема: «Побудова довірчих границь».	4
Практичне заняття №14. Тема: «Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність».	4
Практичне заняття №15. Тема: «Критерії перевірки гіпотез».	4
Практичне заняття №16. Тема: «Елементи регресійного аналізу».	4
Практичне заняття №17. Тема: «Поняття про факторний та кластерний аналіз даних статистичних спостережень».	4
Модульний контроль	20
Виконання індивідуального завдання (СР)	30
Разом: Аудиторна робота	70
Самостійна робота (СР)	30
Всього:	100

КОНТРОЛЬ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

При вивченні дисципліни використовуються наступні форми контролю знань студентів: поточний; модульний; підсумковий.

Поточний контроль передбачає перевірку теоретичних питань, самостійної роботи,

практичних робіт та усне опитування по кожній практичній роботі. По даному виду контролю оцінювання знань здійснюється у відповідності до бального розподілу наведеного в попередній таблиці.

Модульний контроль передбачає виконання модульної контрольної роботи. Всі завдання оцінюються в 20 балів. Перше завдання (теоретичне) – 4 бали, друге завдання (практичне) – 8 балів, третє завдання (практичне) – 8 балів.

Формою підсумкового контролю є екзамен. Екзаменаційна оцінка (100 балів) є результатом виконання двох теоретичних питань (2 x 20 балів = 40 балів) та практичного завдання (60 балів).

Результуюча оцінка з дисципліни визначається як середня від балів набраних протягом семестру та отриманих на іспиті.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основні

1. Галайко Н. В., Огірко О. І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / О. І. Огірко, Н. В. Галайко. – Львів: ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.
2. Донченко В. С. Теорія ймовірностей та математична статистика для соціальних наук : навч. посіб. / В. С. Донченко, М. В.-С. Сидоров. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2015. – 400 с
3. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навч. посібн. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов. К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.
4. Карташова С.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Практикум. Навч. посібник для студ. вищ. навч. закл. / С.С. Карташова, В.В. Рязанцева. – К.: КНТЕУ, 2012.– 240 с.