

ДЕРЖАВНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ

Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої освіти
сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015

Кафедра вищої та прикладної математики

ЗАТВЕРДЖЕНО

вченою радою

(пост. п. 8 від «24» 10 2022 р.)

Ректор



Анаторій МАЗАРАКІ



ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА
ГЕОМЕТРІЯ /

LINEAR ALGEBRA AND ANALYTICAL GEOMETRY

РОБОЧА ПРОГРАМА /
COURSE OUTLINE

освітній ступінь	бакалавр	/	bachelor
галузь знань	<u>12 Інформаційні технології</u>	/	<u>Information Technology</u>
спеціальність	<u>126 Інформаційні системи та технології</u>	/	<u>Information Systems and Technologies</u>
освітня програма	<u>Інформаційні системи та технології</u>	/	<u>Information Systems and Technologies</u>

Київ 2022

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу ДТЕУ
заборонено**

Автори: М.О. БЄЛОВА, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
В.І. ДЕНИСЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики
С.В. МИХАЙЛЕНКО, кандидат фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої та прикладної математики

Програму розглянуто та схвалено на засіданні кафедри вищої та прикладної математики 17 червня 2022 р., протокол № 21.

Рецензенти: С.В. БІЛОУСОВА, кандидат фіз. – матем. наук, доцент
кафедри вищої та прикладної математики,
В.В. КОЗЛОВ, кандидат технічних наук, доцент кафедри
комп'ютерних наук та інформаційних систем

**ЛІНІЙНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА
ГЕОМЕТРІЯ /
LINEAR ALGEBRA AND ANALYTICAL
GEOMETRY**

**РОБОЧА ПРОГРАМА /
COURSE OUTLINE**

освітній ступінь	бакалавр	/ Bachelor
галузь знань	<u>12 Інформаційні технології</u>	/ <u>Information Technologies</u>
спеціальність	<u>126 Інформаційні системи та технології</u>	/ <u>Information Systems and Technologies</u>
Освітньо-професійна програма	<u>Інформаційні системи та технології</u>	/ <u>Information Systems and Technologies</u>

1. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ ТА РОЗПОДІЛ ГОДИН ЗА ТЕМАМИ (ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН)

Назва теми	Кількість годин				Форми контролю
	з них				
	Усього годин/кредитів	Лекції	Практичні заняття/модульний контроль	Самостійна робота	
Тема 1. Поняття матриці, їх види та операції над ними	30	6	8	16	ДЗ, ІАД
Тема 2. Означення та класифікація систем лінійних рівнянь та методи їх розв'язання	28	8	4	16	О, ДЗ, ДКР, ІАД
Тема 3. Однорідні системи алгебраїчних лінійних рівнянь, фундаментальна система розв'язків	20	2	2	16	Т, ДЗ, ДКР
Тема 4. Векторні простори	28	4	2	16	О, ДЗ,
Тема 5. Оператори у векторних просторах	22	4	2	16	О, ДЗ, ДКР
Тема 6. Аналітична геометрія на площині	32	8	8	16	О, ДЗ, ДКР
Тема 7. Аналітична геометрія у просторі	26	2	8	16	Т, ДЗ, ДКР
Разом	180/6	34	34	112	
Підсумковий контроль – екзамен					

Т – тестування; О – опитування; ДЗ – перевірка домашнього завдання; ДКР – домашня контрольна робота; ІАД – інформаційно-аналітична доповідь; АКР – аудиторна контрольна робота.

2. ТЕМАТИКА ТА ЗМІСТ ЛЕКЦІЙНИХ, ПРАКТИЧНИХ (СЕМІНАРСЬКИХ), ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ, САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Результати навчання	Навчальна діяльність	Робочий час студента, год.
<p>Знати: поняття матриць, їх види та операції над ними; поняття визначників, їх види та операції над ними; поняття оберненої матриці, ранг матриці.</p> <p>Вміти: використовувати теоретичні знання про дії із визначниками та матрицями на практиці.</p>	<p>Тема 1. Поняття матриці, їх види та операції над ними Лекція 1. Матриці, дії з матрицями. План лекції: 1. Основні поняття. 2. Види матриць. 3. Додавання матриць. 4. Множення матриці на число. 5. Множення матриць.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Лекція 2. Визначники, їх властивості. План лекції: 1. Визначники. Властивості визначників. 2. Мінори та алгебраїчні доповнення. 3. Розкладання визначника за елементами рядка або стовпця. 4. Практичні способи обчислення визначників. Використання програмних продуктів, що передбачають здійснення операцій з матрицями і визначниками (Maple, Mathematica, Mathcad, Matlab).</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Самостійна робота. - вивчити основні означення, класифікацію матриць; - вивчити основні означення, класифікацію матриць; - підготувати інформаційно-аналітичну доповідь «прикладі економічних задач, для</p>	10

	запису яких застосовуються матриці».	
	<p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	
	<p>Практичне заняття 1. Виконання вправ з додавання матриць та множення матриць на числа. Виконання вправ із множення квадратних матриць.</p>	2
	<p>Практичне заняття 2. Виконання практичних завдань з обчислення визначників квадратних матриць розміру 2x2, 3x3 за відомими алгоритмами, а також більшого розміру шляхом розкладання через елементи рядків та стовпців.</p>	2
	<p>Лекція 3. Обернена матриця. Ранг матриці. 1. План лекції: 2. Поняття невиродженої матриці. 3. Обернена матриця. 4. Ранг матриці. 5. Власні вектори та власні значення матриці. 6. Задачі, що зводяться до використання матриць і визначників.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Самостійна робота. - розібрати приклади знаходження оберненої матриці та рангу матриці, комплексні числа та дії над ними, знаходження власних значень матриці - аналіз матриць коефіцієнтів матеріальних витрат багатогалузевої економіки</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	6
	<p>Практичне заняття 3. Виконання практичних завдань із знаходження обернених матриць.</p>	2

	Практичне заняття 4. Виконання елементарних перетворень з матриць. Знаходження рангу матриці. Постановка та розв'язання задач, що зводяться до використання матриць і визначників.	2
--	---	---

<p>Знати: поняття систем лінійних рівнянь, методи розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими з використанням різних методів.</p> <p>Вміти: використовувати теоретичні знання про розв'язання систем лінійних рівнянь.</p>	<p>Тема 2. Означення та класифікація систем лінійних рівнянь та методи їх розв'язання. Лекція 4. Сутність та структура систем лінійних рівнянь. План лекції: 1. Сутність та значення систем лінійних рівнянь 2. Види та структура систем лінійних рівнянь. 3. Класифікація систем лінійних рівнянь. 4. Задачі, що зводяться до систем лінійних рівнянь.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Лекція 5. Розв'язання системи n лінійних рівнянь з n невідомими методом Крамера. План лекції: 1. Пошук визначника для систем n лінійних рівнянь з n невідомими 2. Знаходження коренів систем n лінійних рівнянь з n невідомими за допомогою формули Крамера.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Лекція 6. Розв'язання системи n лінійних рівнянь з n невідомими методом оберненої матриці. План лекції: 1. Запис системи рівнянь n лінійних рівнянь з n невідомими у вигляді матричного рівняння. 2. Розв'язування систем n лінійних рівнянь з</p>	2

	<p>n невідомими за допомогою оберненої матриці.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	
	<p>Самостійна робота.</p> <ul style="list-style-type: none"> - розглянути поняття системи лінійних однорідних рівнянь і фундаментальної системи розв'язків. - опанування різних методів розв'язування систем лінійних рівнянь. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	16
	<p>Практичне заняття 5. Розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими методом Крамера та за допомогою оберненої матриці.</p>	2
	<p>Практичне заняття 6. Розв'язування систем m лінійних рівнянь з n невідомими методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капеллі.</p>	2
<p>Знати: поняття фундаментальної системи розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь та її властивості.</p> <p>Вміти: використовувати теоретичні знання про розв'язання однорідних систем лінійних рівнянь та їх властивості на практиці.</p>	<p>Тема 3. Однорідні СЛАР, фундаментальна система розв'язків</p> <p>Лекція 8. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Дослідження структури множини розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. 2. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, її властивості. 3. Задачі, що зводяться до систем однорідних алгебраїчних лінійних рівнянь. 4. Стаціонарна модель Леонтєва. Модель міжнародної торгівлі. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2

	<p>Самостійна робота.</p> <ul style="list-style-type: none"> -дослідити структуру множини розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь; - розглянути поняття фундаментальної системи розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, її властивості; - розглянути поняття фундаментальної системи розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, її властивості; - опанування однорідних систем лінійних рівнянь - аналіз матриць коефіцієнтів прямих і загальних матеріальних витрат, зв'язок між ними; - застосування моделей міжгалузевого балансу для визначення обсягів виробництва, споживання, експорту, імпорту, потреби у ресурсах. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	16
	<p>Практичне заняття 7. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь на прикладах стаціонарної моделі Леонтьєва та моделі міжнародної торгівлі.</p>	2
<p>Знати: основні поняття векторної алгебри, лінійні та нелінійні функції, їх аналіз і графіки.</p> <p>Вміти: розв'язувати типові задачі з векторної алгебри</p>	<p>Тема 4. Векторні простори. Лекція 9. Означення, базис та розмірність векторних просторів. План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення векторного простору. Приклади векторних просторів. 2. Базис і розмірність векторних просторів. Координати вектора. 3. Практичне використання знань про векторні простори. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Лекція 10. Лінійна залежність (незалежність) системи векторів.</p>	2

	<p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття лінійно незалежної (залежної) системи векторів. 2. Лінійні підпростори: означення, приклади, розмірність. Сума і перетин підпросторів. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	
	<p>Самостійна робота.</p> <ul style="list-style-type: none"> - розглянути приклади лінійних просторів, сутність базису та розмірність векторних просторів; - дослідити поняття лінійно незалежної (залежної) системи векторів; - вивчити сутність, характеристики та властивості лінійних операторів в векторних просторах. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2. Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	16
	<p>Практичне заняття 8. Дії над векторами, заданими своїми координатами. Розкладання вектора за базисними векторами. Скалярний добуток векторів. Поняття лінійно незалежної (залежної) системи векторів. Лінійні підпростори: означення, приклади, розмірність. Сума і перетин підпросторів.</p>	2
<p>Знати: основні поняття операторів в векторних просторах</p> <p>Вміти: розв'язувати типові задачі з векторної алгебри</p>	<p>Тема 5: Оператори в векторних просторах Лекція 11. Поняття операторів в векторних просторах.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Означення лінійних операторів та дії над ними. Простір лінійних операторів, його властивості. 2. Ядро і образ лінійного оператора. Матриця лінійного оператора в заданому базисі лінійного простору. 3. Практичне використання знань про оператори у векторних просторах. 	2

	<p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	
	<p>Лекція 12. Дії з операторами в векторних просторах. План лекції: 1. Заміна базису в векторному просторі. Перетворення матриці лінійного оператора при переході до нового базису. 2. Характеристичний многочлен лінійного оператора. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. 3. Алгебраїчна кратність власного числа. Геометрична кратність власного числа. Критерій існування базису, в якому матриця лінійного оператора є діагональною.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Самостійна робота. - вивчити сутність, характеристики та властивості лінійних операторів в векторних просторах. - розв'язування задач з використанням операторів в векторних просторах.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	16
	<p>Практичне заняття 9. Дії над векторами. Сума і перетин підпросторів. Оператори в векторних просторах. Практичне використання знань про оператори у векторних просторах.</p>	2
<p>Знати: основні означення, теореми, методи розв'язування задач аналітичної</p>	<p>Тема 6. Аналітична геометрія на площині. Лекція 13. Системи координат на площині. План лекції: 1. Системи координат на площині 2. Декартова прямокутна система</p>	2

<p>геометрії на площині. Вміти: використовувати теоретичні знання про методи розв'язання задач аналітичної геометрії на площині на практиці</p>	<p>координат 3. Полярна система координат 4. Перетворення системи координат</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2</p>	
	<p>Лекція 14. Пряма на площині. План лекції: 1. Лінія на площині. Основні означення 2. Пряма на площині</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	2
	<p>Самостійна робота. - вивчити сутність системи координат на площині, вивчити формули перетворення координат із однієї системи в іншу, засвоїти основні означення лінії та прямої на площині - вивчити сутність системи координат на площині, вивчити формули перетворення координат із однієї системи в іншу, засвоїти основні означення лінії та прямої на площині. - розв'язування задачі на побудову графіків функцій в різних системах координат. Пошук відстані від точки до прямої.</p> <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	8
	<p>Практичне заняття 10. Розв'язування задач на побудову графіків функцій в різних системах координат. Різні види рівнянь прямої на площині.</p> <p>Практичне заняття 11. Загальне рівняння прямої та його дослідження, кут між двома прямими. Розв'язування задач на дослідження прямих на паралельність і перпендикулярність.</p>	2
	<p>Лекція 15 Основні лінії другого порядку на площині. Коло та еліпс, гіпербола та парабола.</p>	2

	<ol style="list-style-type: none"> 1. План лекції: 2. Основні поняття алгебраїчних ліній другого порядку на площині 3. Коло 4. Еліпс <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	
	<p>Лекція 16. Основні лінії другого порядку на площині. Гіпербола та парабола.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Гіпербола 2. Парабола 3. Криві другого порядку 4. Практичне використання теорії прямих та кривих на площині. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2</p>	2
	<p>Самостійна робота.</p> <ul style="list-style-type: none"> - вивчити вигляд загального рівняння лінії другого порядку; визначення типу рівняння за дискримінантом. - вивчити означення кола, еліпса, гіперболи та параболи; - будувати лінії другого порядку за їх рівняннями. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	8
	<p>Практичне заняття 12. Розв'язання завдань на побудову ліній другого порядку в декартовій системі координат.</p> <p>Практичне заняття 13. Розв'язання завдань на побудову ліній другого порядку в полярній системі координат та за параметричними рівняннями. Практичне використання теорії прямих та кривих на площині.</p>	2 2
Знати: основні означення,	Тема 7. Аналітична геометрія у просторі Лекція 17 Площина у просторі. Пряма у	

<p>теореми, методи розв'язання задач аналітичної геометрії в просторі.</p> <p>Вміти: використовувати теоретичні знання з методів розв'язання задач аналітичної геометрії в просторі.</p>	<p>просторі. Поверхні другого порядку.</p> <p>План лекції:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Різні форми рівнянь площини 2. Відхилення та відстань точки від площини 3. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин 4. Різні форми рівнянь прямої в просторі 5. Кут між двома прямими в просторі. Умови паралельності й перпендикулярності двох прямих 6. Відстань від точки до прямої у просторі 7. Відстань між паралельними прямими у просторі 8. Відстань між перехресними прямими у просторі 9. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності й перпендикулярності прямої та площини <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	<p>2</p>
	<p>Самостійна робота.</p> <ul style="list-style-type: none"> - вивчити рівняння площини у просторі. - побудова рівняння площини, що проходить через три точки і знаходження кута між двома площинами. - вивчити поняття поверхні другого порядку та лінійчаті поверхні. - вивчити рівняння площини у просторі - будувати поверхні другого порядку. <p>Список рекомендованих джерел: Основний: 1,2,3,4 Додатковий: 1,2 Інтернет-ресурси: 1, 2</p>	<p>16</p>

	<p>Практичне заняття 14. Розв'язування задач на побудову рівнянь площини, яка проходить через три точки, у відрізках на осях координат із заданими вектором паралелі. Умови паралельності і перпендикулярності, знаходження відстані від точки до площини.</p>	2
	<p>Практичне заняття 15. Розв'язування задач на побудову рівнянь прямої в просторі яка проходить через дві задані точки, має заданий направлений вектор.</p>	2
	<p>Практичне заняття 16. Визначення кута між прямою і площиною, перевірка виконання умов паралельності та перпендикулярності між прямою та площиною.</p>	2
	<p>Практичне заняття 17. Знаходження відстані між прямими в просторі. Практичне використання теорії прямих, площин та кривих у просторі.</p>	2
	Разом	180

3. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

Основний

1. Михайленко С.В., Свіщова Є.В. *Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії: навчальний посібник*. – 2-е вид., випр. – Харків : Видво НУА, 2022. 104 с.
2. Абрамчук, І. В., Барковська В.Д. *Методи розв'язування типових задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії: електронний навчальний посібник комбінованого (локального та мережного) використання*. Вінниця: ВНТУ, 2021. 103 с.
3. Тимченко Г.М., Одинцова О.В., Мазур О.С., Кириллова Н.О. *Стислий курс вищої математики: Т. 1: Аналітична геометрія та елементи лінійної алгебри: навч. посіб.* – 2-ге вид., перероб. та допов. Київ: Видавничий дім «Кондор», 2022. 188 с.
4. Бохонов Ю.Є. *Алгебра та аналітична геометрія: курс лекц. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»*. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 273 с.

Додатковий

1. Барабаш О.В., Мусієнко А.П., Собчук В.В. *Вища математика для економістів. Конспект лекцій. Частина 1*. – К.: ДУТ, 2019. – 224 с.
2. Панченко Н. Г., Резуненко М. Є. *Вища математика: навч. посібник*. Харків: УкрДУЗТ, 2022. – Ч. 1. 231 с.,

Інтернет-ресурси

1. Гордієнко М.Л. *Вища математика: Лінійна алгебра. Векторна алгебра. Аналітична геометрія: Методичні вказівки до виконання практичних робіт*. Первомайськ: ПФ НУК, 2020. 108 с. URL: <http://eir.nuos.edu.ua/items/a116a5c5-69d1-454f-bdaa-a7d553a0fc59> .
2. Єр'оміна Т.О., Поварова О.А. *Вища математика: Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології»*. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 112 с. URL: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/41267/1/NP_VM.pdf.

**Примітка. Курсивом позначені джерела, наявні в бібліотеці КНТЕУ*