



# ДЕРЖАВНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет інформаційних технологій  
Кафедра цифрової економіки та системного аналізу

## СИЛАБУС (SYLLABUS)

### Дисципліна «Диференціальні рівняння/ Equations differential»

#### ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧА

Викладач	Михайленко Станіслав Васильович
Науковий ступінь	Кандидат фізико-математичних наук
Вчене звання	Доцент
Посада	Доцент кафедри цифрової економіки та системного аналізу
Адреса кафедри	м.Київ, вул. Кіото 19, каб. А-509, А-510
E-mail	prikmath@bigmir.net
Консультації	Відповідно до графіку індивідуальних консультацій на сайті кафедри

#### ПОЛІТИКА АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ

<https://knute.edu.ua/file/MzEyMQ==/c12a9f74e87d9154696ca0f761da2e5c.pdf>

##### Дотримання академічної доброчесності передбачає:

- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);
- посилання на джерела інформації у разі використання не авторських ідей, розробок, тверджень, відомостей і т.п.;
- дотримання норм законодавства про авторське право і суміжні права;
- надання достовірної інформації про результати власної наукової діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

##### Порушенням академічної доброчесності вважається:

- академічний плагіат – оприлюднення (частково або повністю) наукових (творчих) результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження (творчості) та/або відтворення опублікованих текстів (оприлюднених творів мистецтва) інших авторів без зазначення авторства;
- самоплагіат – оприлюднення (частково або повністю) власних раніше опублікованих наукових результатів як нових наукових результатів;
- фабрикація – вигадкування даних чи фактів, що використовуються в наукових дослідженнях;
- фальсифікація – свідомо зміна чи модифікація вже наявних даних, що стосуються наукових досліджень.

##### За порушення академічної доброчесності здобувачі освіти можуть бути притягнені до академічної відповідальності:

- повторне проходження оцінювання (модульний контроль, іспит, залік тощо);
- повторне проходження відповідного освітнього компонента освітньо-професійної програми;
- відрахування з Університету;
- позбавлення наданих університетом пільг;
- відмова у присудженні відповідного ступеня вищої освіти;

#### ПОЛІТИКА ЩОДО ВІДВІДУВАННЯ ЗАНЯТЬ

- відвідування занять є обов'язковим;
- за об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування та ін.) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із викладачем дисципліни.

### ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назва дисципліни / тип дисципліни	Диференціальні рівняння/вибіркова
Навчальний рік	2023-2024
Факультет	Факультет інформаційних технологій
Курс	1-2
Семестр	2-3
Освітній ступінь	Бакалавр
Галузь знань	12 «Інформаційні технології»
Спеціальність	126 «Інформаційні системи та технології»
Загальна характеристика	Кількість годин –180 Кількість кредитів – 6 <b>Види занять:</b> лекції, практичні, самостійна робота. <b>Співвідношення аудиторних годин і годин самостійної роботи -</b> 48/132 <b>Мова викладання</b> – українська <b>Форма викладання</b> – очна
Підсумковий контроль	Екзамен
Програмне забезпечення	Пакет Microsoft Office
Обладнання	Проектор, комп'ютерна техніка із встановленим програмним забезпеченням та доступом до мережі Інтернет.
Необхідні попередні дисципліни	Навчальні дисципліни «Математичний аналіз», «Дискретна математика».
Методика вивчення	Методика вивчення дисципліни полягає у набутті студентами знань теоретичного і практично-прикладного характеру під час лекцій, практичних занять, самостійної роботи та вивчення першоджерел і навчально-методичної літератури.
Мета і завдання	<b>Метою</b> вивчення дисципліни «Диференціальні рівняння» є формування у студентів умінь використовувати диференціальні рівняння як математичні моделі при дослідженні явищ, процесів різної природи для ефективного вирішення завдань у професійній діяльності. <b>Завданням</b> вивчення дисципліни «Диференціальні рівняння» є надання теоретичних знань і формування практичних навичок з побудови, розв'язання, дослідження та аналізу математичних моделей на основі диференціальних рівнянь; засвоєння ними математичних предметних знань про звичайні диференціальні рівняння першого та вищих порядків, системи диференціальних рівнянь, теорію стійкості диференціальних рівнянь і систем, диференціальні рівняння в частинних похідних; опанування студентами навчальними діями застосування процедур розв'язування різних типів диференціальних рівнянь та систем в обраній професії.
<b>Місце дисципліни в освітньо-професійній програмі</b>	
Загальні компетентності	КЗ 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. КЗ 2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. КЗ 5. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
Фахові компетентності	КС 11. Здатність до аналізу, синтезу і оптимізації інформаційних систем та технологій з використанням математичних моделей і методів.

<b>(результати навчання)</b>	КС 13. Здатність проводити обчислювальні експерименти, порівнювати результати експериментальних даних і отриманих рішень.
<b>Програмні результати навчання</b>	<p>ПР 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, теорію функцій багатьох змінних, теорію рядів, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію ймовірностей та математичну статистику в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації.</p> <p>ПР 2. Застосовувати знання фундаментальних і природничих наук, системного аналізу та технологій моделювання, стандартних алгоритмів та дискретного аналізу при розв'язанні задач проектування і використання інформаційних систем та технологій.</p>

## **ТЕМАТИКА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

### **Тема 1. Диференціальні рівняння в технології математичного моделювання об'єктів, процесів та явищ.**

Попередні відомості про диференціальні рівняння. Приклади задач, що приводять до утворення диференціальних рівнянь. Технологія математичного моделювання. Математичні моделі об'єктів, процесів і явищ та їх класифікація. Тенденції та перспективи розвитку комп'ютерного моделювання. Приклади використання диференціальних рівнянь в природничих науках. Використання диференціальних рівнянь в економічних дослідженнях. Диференціальні рівняння попиту та пропозиції. Модель макроекономічної динаміки Харрода-Домара. Модель економічного зростання Солоу.

### **Тема 2. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь.**

Поняття диференціального рівняння, його порядок. Диференціальні рівняння розв'язані відносно похідної. Диференціальні рівняння записані в диференціалах. Задача Коші. Теорема Пікара та Пеано. Поняття загального розв'язку, форми його запису. Частинні й особливі розв'язки. Знаходження кривих, підозрілих на особливість розв'язку. Інтеграл диференціального рівняння та його загальний вигляд.

### **Тема 3. Інтегровані типи диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язані відносно похідної.**

Диференціальні рівняння, що не містять шуканої функції (неповні рівняння). Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння та звідні до них. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та загальні властивості їх розв'язків. Метод Бернуллі. Метод Лагранжа (метод варіації довільної сталої). Метод Ейлера. Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккати та його властивості. Рівняння в повних диференціалах. Інтегровальний множник. Теорема про існування, неєдність і загальний вигляд інтегровального множника.

### **Тема 4. Неявні диференціальні рівняння першого порядку.**

Основні поняття та означення. Теорема про достатні умови існування та єдиності розв'язку. Знаходження кривих, підозрілих на особливий розв'язок. Загальний метод введення параметра. Диференціальні рівняння, розв'язані відносно шуканої функції. Диференціальні рівняння, розв'язані відносно незалежної змінної. Рівняння Лагранжа. Рівняння Клеро. Диференціальні рівняння, що містять тільки похідну. Диференціальні рівняння, що не містять шуканої функції. Диференціальні рівняння, що не містять незалежної змінної. Узагальнено-однорідні рівняння.

### **Тема 5. Інтегування і зниження порядку диференціальних рівнянь вищих порядків.**

Динамічна інтерпретація диференціального рівняння другого порядку. Консервативні системи. Задача Коші. Достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Загальний розв'язок і загальний інтеграл, частинний та особливий розв'язки. Проміжні та перші інтеграли. Крайова

задача. Диференціальні рівняння, що містять похідну  $n$ -го порядку від шуканої функції та незалежну змінну. Інтегрування диференціальних рівнянь, що не містять шуканої функції та послідовності перших похідних. Зниження порядку диференціальних рівнянь, що не містять незалежної змінної. Однорідні диференціальні рівняння відносно шуканої функції та її похідних. Диференціальні рівняння, ліва частина яких є точною похідною

#### **Тема 6. Лінійні диференціальні рівняння $n$ -го порядку.**

Лінійний диференціальний оператор та його властивості. Властивості розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь  $n$ -го порядку. Необхідні й достатні умови лінійної незалежності  $n$  розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння  $n$ -го порядку. Формула Остроградського-Ліувілля. Фундаментальна система розв'язків та її існування. Загальний розв'язок. Кількість лінійно незалежних розв'язків. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння методом невизначених коефіцієнтів. Структура загального розв'язку неоднорідного лінійного рівняння. Метод варіації довільних сталих. Метод Коші. Метод невизначених коефіцієнтів. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку зі змінними коефіцієнтами, що зводяться до рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Зведення диференціальних рівнянь другого порядку до рівняння, що не містить члена з першою похідною. Спряжені, самоспряжені диференціальні оператори, крайові умови та крайові задачі. Зведення лінійних однорідних диференціальних рівнянь другого порядку до самоспряженого вигляду. Задача Штурма-Ліувілля. Функція Гріна.

#### **Тема 7. Основні поняття та загальні властивості розв'язків. Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь.**

Основні поняття та означення. Задача Коші. Теореми про достатні умови існування та єдиності розв'язку системи від початкових даних і параметрів. Загальний, частинний і особливий розв'язки. Інтеграл. Перший і загальний інтегралі. Кількість незалежних інтегралів. Зниження порядку системи за допомогою перших інтегралів. Системи диференціальних рівнянь у симетричній формі. Однорідні системи. Лінійно незалежні розв'язки. Теореми про лінійно залежні й незалежні розв'язки. Інтегральна (фундаментальна) матриця. Визначник Вронського. Формула Якобі. Спряжені системи. Неоднорідні системи. Метод варіації довільної сталої. Формула Коші. Однорідні лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Випадки інтегровності лінійних систем у квадратурах. Матричний метод інтегрування однорідних стаціонарних систем. Структура фундаментальної системи розв'язків. Метод Ейлера.

#### **Тема 8. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь і систем та дослідження стійкості їх розв'язків.**

Інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів. Метод Ейлера чисельного розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку. Модифікація методу Ейлера. Метод Ейлера чисельного розв'язання систем диференціальних рівнянь. Метод Рунге-Кутта. Метод Адамса. Метод Мілна. Метод Ейлера чисельного розв'язання систем диференціальних рівнянь. Застосування математичного пакета Maple та середовища Matlab для інтегрування диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь. Стійкість і нестійкість розв'язків. Основні означення й поняття стійкості за Ляпуновим. Стійкість розв'язків лінійної системи.

#### **Тема 9. Диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними.**

Задачі, при розв'язанні яких отримуються диференціальні рівняння з частинними похідними. Основні поняття та означення. Повний, особливий та загальний інтегралі диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння першого порядку з частинними похідними та їх зв'язок з системами звичайних диференціальних рівнянь у симетричній формі. Побудова загального розв'язку лінійних однорідних рівнянь з частинними похідними. Розв'язання задачі Коші для лінійних однорідних диференціальних рівнянь з частинними похідними. Квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку та геометричне тлумачення їх розв'язків.

#### **Тема 10. Диференціальні рівняння другого порядку з частинними похідними.**

Простіші задачі, що приводять до диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними. Класифікація диференціальних рівнянь з частинними похідними другого порядку. Побудова загального розв'язку диференціального рівняння з частинними похідними другого порядку методом характеристик. Метод відокремлених змінних (метод Фур'є).

**Перелік навчальних робіт студентів та оцінки їх у балах з дисципліни «Диференціальні рівняння»**

Види робіт	К-сть балів
Практичне заняття №1. Тема: «Диференціальні рівняння в технології математичного моделювання об'єктів, процесів та явищ».	2
Практичне заняття №2. Тема: «Основні поняття теорії диференціальних рівнянь».	2
Практичне заняття №3. Тема: «Інтегровані типи диференціальних рівнянь першого порядку, розв'язані відносно похідної».	2
Практичне заняття №4. Тема: «Знаходження кривих, підозрілих на особливий розв'язок».	2
Практичне заняття №5. Тема: «Диференціальні рівняння, розв'язані відносно незалежної змінної».	2
Практичне заняття №6. Тема: «Задача Коші».	2
Практичне заняття №7. Тема: «Інтегрування диференціальних рівнянь».	2
Практичне заняття №8. Тема: «Властивості розв'язків лінійних однорідних диференціальних рівнянь».	2
Практичне заняття №9. Тема: «Розв'язок неоднорідного лінійного рівняння».	2
Практичне заняття №10. Тема: «Основні поняття та загальні властивості розв'язків».	4
Практичне заняття №11. Тема: «Лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь».	4
Практичне заняття №12. Тема: «Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь».	4
Практичне заняття №13. Тема: «Дослідження стійкості зв'язків системи».	4
Практичне заняття №14. Тема: «Інтеграли диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку».	4
Практичне заняття №15. Тема: «Побудова загального розв'язку лінійних однорідних рівнянь з частинними похідними».	4
Практичне заняття №16. Тема: «Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними».	4
Практичне заняття №17. Тема: «Метод відокремлених змінних».	4
Модульний контроль	20
Виконання індивідуального завдання (СР)	30
<b>Разом: Аудиторна робота</b>	<b>70</b>
<b>Самостійна робота (СР)</b>	<b>30</b>
<b>Всього:</b>	<b>100</b>

**КОНТРОЛЬ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАТЬ СТУДЕНТІВ**

При вивченні дисципліни використовуються наступні форми контролю знань студентів: поточний; модульний; підсумковий.

**Поточний контроль** передбачає перевірку теоретичних питань, самостійної роботи, практичних робіт та усне опитування по кожній практичній роботі. По даному виду контролю оцінювання знань здійснюється у відповідності до бального розподілу наведеного в попередній таблиці.

**Модульний контроль** передбачає виконання модульної контрольної роботи. Всі завдання оцінюються в 20 балів. Перше завдання (теоретичне) – 4 бали, друге завдання (практичне) – 8 балів, третє завдання (практичне) – 8 балів.

**Формою підсумкового контролю** є екзамен. Екзаменаційна оцінка (100 балів) є результатом виконання двох теоретичних питань (2 x 20 балів = 40 балів) та практичного завдання (60 балів).

**Результуюча оцінка з дисципліни** визначається як середня від балів набраних протягом семестру та отриманих на іспиті.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

### Основний

- 1.Кагадій Т.С., Сушко А.Ф., Шербина І.В., Онопрієнко О.Д., Шпорта А.Г. *Диференціальні рівняння: теорія, приклади, розв'язання: навч. посіб. Дніпро: ДДАЕУ, 2022. 190с.*
- 2.Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні рівняння: навчальний посібник. Івано-Франківськ: Прикарпат. нац. ун-т ім. В. Стефаника, 2021. 357 с.
- 3.Богданський Ю.В, Калюжний О.О., Мальцев А.Ю., Подколзін Г.Б., Чаповський Ю.А. Диференціальні рівняння. конспект лекцій. частина 1: навч. посіб. для студ. спеціальності 124 «Системний аналіз», освітньої програми «Системний аналіз фінансового ринку». Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 74 с.
- 4.Вдовенко Т.І., Козак В.І. Диференціальні рівняння: навчально-методичний посібник. Київ: КПІ імені Ігоря Сікорського, 2022. 106 с.