

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ

**Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої
освіти**

сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015

Кафедра вищої та прикладної математики

СИЛАБУС

ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА / HIGHER AND APPLIED MATHEMATICS

SYLLABUS

освітній ступінь	Молодший бакалавр / Junior bachelor
галузь знань	07 Управління та адміністрування / Management and administration

Автор: Бєлова М.О., канд. фіз.-мат. наук, доцент

Завідувач кафедри

О.К. Щетініна

Київ 2020

Загальні відомості про дисципліну

Назва дисципліни	Вища та прикладна математика
Освітній ступінь	Молодший бакалавр
Галузь знань	07 Управління та адміністрування
Освітня програма	072 Фінанси, банківська справа та страхування
Навчальний рік	2020-2021 р.
Семестр	1,2
Факультет	ФФО
Курс	1
Підсумковий контроль	екзамен

Вища та прикладна математика вивчає загальні математичні властивості та закономірності, необхідні для аналізу економічних проблем як теоретичного, так і прикладного характеру, методи систематизації, опрацювання і аналізу масових статистичних даних **на основі таких розділів вищої математики:**

- диференціальні рівняння та їх застосування в моделях економічної динаміки;
- ряди;
- основні поняття і теореми теорії ймовірностей;
- повторні незалежні випробування
- випадкові величини: основні закони розподілу випадкових величин;
- закон великих чисел та граничні теореми;
- випадкові процеси;
- елементи математичної статистики.

Дисципліна спрямована на здобуття таких основних:

компетентностей:	результатів навчання:
<ul style="list-style-type: none">• здатність застосовувати отримані знання для створення економіко-математичних моделей та їх розв'язання;• здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу;• навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;• володіння основами математичного апарату, необхідними для ефективного вивчення інших дисциплін, що передбачені освітньо-професійною програмою підготовки бакалаврів;• здатність самостійно підвищувати рівень знань і використовувати набуті знання і вміння у професійній діяльності;• вміння розв'язувати практичні задачі математичними методами та приймати відповідні рішення; вміння володіти основними засобами аналізу та обробки статистичних даних та проводити відповідні розрахунки з використанням сучасних комп'ютерних технологій.	<ul style="list-style-type: none">▪ оволодіння методами диференціювання та інтегрування основних елементарних функцій;▪ опанування інструментарію щодо досліджування функцій та побудови графіків цих функцій;▪ усвідомлення принципів застосування інтегрального та диференціального числення функції однієї та декількох змінних до розв'язання прикладних задач;▪ використання розкладання функції в степеневі ряди для розв'язання прикладних задач;▪ використання у своїй практичній діяльності набуті знання щодо застосування математичних методів при дослідженні прикладних задач;▪ аналізування та формулювання постановки професійних задач з використанням математичних методів;▪ оволодіння необхідними програмними продуктами для аналізу та розв'язуванню практичних задач;▪ застосування навичок сучасного математичного інструментарію для розв'язання фахових задач.

Пререквізити: вивчення дисципліни базується на знаннях шкільного курсу математики.

Обсяг: 12 кредитів

Мова викладання: українська.

Форма викладання: очна, заочна, дистанційна

Форми поточного контролю:

1 семестр: модульні контрольні роботи ($2 \times 25 = 50$ балів) + індивідуальні домашні завдання (за темами: «Системи лінійних алгебраїчних рівнянь» - 10 балів; «Векторна алгебра. Аналітична геометрія» - 10 балів; «Математичний аналіз: границі, похідні, інтегральне числення» - 20 балів) + участь в математичних олімпіадах, конференціях (10 балів) = 100 балів

Форми підсумкового контролю: письмовий екзамен – 100 балів (в т.ч. 5 задач по 20 балів)

2 семестр: модульні контрольні роботи ($2 \times 25 = 50$ балів) + індивідуальні домашні завдання (за темами: «Диференціальні рівняння» - 10 балів; «Випадкові події» - 10 балів; «Випадкові величини» - 10 балів; «Елементи математичної статистики» - 10 балів) + участь в математичних олімпіадах, конференціях (10 балів) = 100 балів.

Форми підсумкового контролю: письмовий екзамен – 100 балів (в т.ч. 5 задач по 20 балів)

Політика академічної доброчесності:

<https://knute.edu.ua/file/NjY4NQ==/bf27ad9293fa2bb6f9b2c3031d4b6e4a.pdf>

Основні джерела:

1. Білоусова С.В., та інші. Математика для економістів. Збірник задач: навч. посіб. / – К.: КНТЕУ, 2015. – 504 с. *
2. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. / – К.: Центр учбової літератури, - 2007. - 576 с.
3. Щетініна О.К., та інші. Вища та прикладна математика: в економічних прикладах та задачах Практикум: навч. посіб. / – К.: КНТЕУ, 2017. – Ч.1.- 244 с
4. Щетініна О.К., та інші. Вища та прикладна математика: в економічних прикладах та задачах Практикум: навч. посіб. / – К.: КНТЕУ, 2019. – Ч.2.- 416 с

Викладач: **Белова Марина Олександрівна**
кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри вищої та прикладної математики
Е-mail: m.belova@knute.edu.ua
Тел.: (063) 458-10-01
Адреса: Київ, вул. Раєвського, 36, ауд.508.

Розклад занять.

1 тиждень

Вівторок	4 пара	Лекція	Д 301
П'ятниця	6 пара	Практ. заняття	А 348

2 тиждень

Вівторок	4 пара	Лекція	Д 301
Вівторок	5 пара	Практ. заняття	Д 209
Четвер	3 пара	Практ. заняття	Н 405
Четвер	4 пара	Лекція	Н 411
П'ятниця	6 пара	Практ. заняття	Д 103

Анотація тем:

Семестр 1.

Тема 1. Математика як засіб дослідження економічних задач

Моделювання в економіці і його використання у розвитку і формалізації економічної теорії. Математичний апарат як важливий інструмент економічного аналізу, організації і управління, невід'ємна складова ефективної економічної, фінансової, торговельної діяльності. Взаємозв'язок дисципліни “Вища та прикладна математика” з іншими дисциплінами математичного та економічного спрямування. Приклади застосування математики в економічній діяльності підприємств (балансові моделі, задачі фінансової математики, ймовірнісні методи в пенсійному страхуванні, оцінка результатів маркетингових експертних досліджень, оптимізація параметрів системи масового обслуговування клієнтів). Функції і графіки в економічному моделюванні (функції попиту та пропозиції, виробничі функції, модель встановлення рівноважної ціни).

Тема 2. Елементи лінійної алгебри

Матриці та дії з ними. Матричне представлення даних в економіці. Визначники. Властивості визначників. Мінори та алгебраїчні доповнення. Розкладання визначника за елементами рядка або стовпця. Практичні способи обчислення визначників. Поняття невиродженої матриці. Обернена матриця. Ранг матриці. Елементарні перетворення матриць. Поняття системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими за формулами Крамера. Розв'язування систем n лінійних рівнянь з n невідомими за допомогою оберненої матриці. Розв'язування систем m лінійних рівнянь з n невідомими за методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капеллі про сумісність системи лінійних рівнянь. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків.

Застосування методів лінійної алгебри у задачах економіки (використання алгебри матриць в задачах менеджменту і маркетингу: витрати сировини та робочого часу при виготовленні продукції,

кредитування підприємств, реалізація і розподіл продукції і т.п.; приклади економічних задач, що зводяться до систем лінійних рівнянь, лінійний аналіз міжгалузевого балансу, проблема продуктивності моделі Леонтьєва, модель міжнародної торгівлі).

Тема 3. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії

Вектори на площині і у просторі. Дії над векторами. Координати вектора. Модуль вектора. Дії над векторами, заданими своїми координатами. Умови колінеарності і компланарності векторів. Координати точки поділу. Скалярний добуток векторів та його властивості. Векторний добуток векторів та його властивості. Мішаний добуток векторів та його властивості. Простір товарів, вектор цін.

Лінії на площині. Основні поняття. Різні види рівняння прямої. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. Лінійні функції попиту і пропозиції, встановлення рівноважної ціни. Бюджетна множина. Застосування лінійної функціональної залежності в економічних моделях. Аналітична геометрія у просторі.

Найважливіші криві другого порядку. Рівняння кола. Еліпс. Дослідження форми еліпса. Ексцентриситет еліпса. Гіпербола. Дослідження форми гіперболи. Ексцентриситет гіперболи. Парабола. Дослідження форми параболи. Економічні задачі, пов'язані з використанням кривих другого порядку.

Тема 4. Вступ до математичного аналізу

Множини. Дійсні числа. Числові проміжки, окіл точки. Поняття про функцію. Графік функції. Основні характеристики функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність). Обернена функція. Складна функція. Основні елементарні функції та їх графіки. Графіки в економічному моделюванні (функція споживання і лінія бюджетного обмеження, криві попиту і пропозиції, функції Торнквіста, графіки залежності витрат і доходу від обсягу виробництва).

Числова послідовність. Границя числової послідовності. Границя функції в точці. Односторонні границі. Границя функції для $x \rightarrow \infty$. Нескінченно великі і нескінченно малі функції. Означення і основні теореми. Основні теореми про границі. Перша і друга важливі границі. Павутинна модель ринку.

Неперервність функції в точці, на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Класифікація точок розриву. Основні теореми про неперервні функції. Неперервність елементарних функцій. Економічна інтерпретація неперервності. Деякі функціональні залежності, що використовуються в економіці. Поняття про виробничі функції. Прості і складні відсотки у фінансових розрахунках. Неперервне нарахування відсотків.

Тема 5. Основи диференціального числення

Економічні задачі, що розв'язуються методами диференціального числення. Означення похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Правила знаходження похідних. Похідна складної функції. Похідна оберненої функції. Похідна функції, заданої неявно.

Означення диференціала. Геометричний зміст диференціала. Основні теореми про диференціали. Інваріантність форми першого диференціала. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбниція. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопіталя. Умови зростання і спадання функції на проміжку. Максимум та мінімум функції. Необхідні та достатні умови екстремуму функції. Опуклість та угнутість графіка функції, точки перегину. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції і побудови графіка.

Застосування похідних в економічних розрахунках (граничні показники в мікроекономіці: гранична собівартість продукції, граничний доход, граничні витрати тощо; гранична схильність до споживання та збереження в макроекономічній моделі національного доходу, максимізація прибутку, аналіз витрат, закон спадної ефективності виробництва. оптимізація оподаткування підприємств, еластичність функції, еластичність попиту і пропозиції, застосування еластичності в економічному аналізі, принцип акселерації).

Тема 6. Функції декількох змінних

Приклади функцій декількох змінних, що застосовуються в економіці. Функція двох змінних, область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. Лінія та поверхня байдужості в економічній теорії споживання. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Частинні похідні першого порядку. Частинні похідні вищих порядків. Повний диференціал функції. Економічний зміст частинних похідних

Необхідні умови екстремуму функції декількох змінних. Достатні умови екстремуму функції декількох змінних.

Приклади застосування функцій багатьох змінних в задачах економіки (оптимальний розподіл ресурсів, максимізація прибутку, знаходження максимальної корисності). Аналіз економічних задач за допомогою виробничих функцій. Частинні еластичності, норми заміщення. Оптимізація прибутку від виробництва товарів різних видів.

Тема 7. Інтегральне числення функції однієї змінної

Поняття невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів. Метод безпосереднього

інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі і метод інтегрування частинами. Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки. Визначений інтеграл як границя інтегральної суми. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбниці. Властивості визначеного інтеграла. Заміна змінної у визначеному інтегралі, інтегрування частинами. Геометричні застосування визначеного інтеграла. Поняття про невластні інтеграли. Застосування визначеного інтеграла в задачах економіки (знаходження загальних та середніх величин за відомими граничними величинами, знаходження обсягу виробленої продукції, надлишок (додатковий вигравш) споживача, аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренця, застосування інтегралів у фінансових розрахунках).

Семестр 2.

Тема 1. Диференціальні рівняння та їх застосування в моделях економічної динаміки

Економічні задачі, що потребують використання диференціальних рівнянь (модель накопичення капіталу, модель демографічного процесу, модель рівноважного зростання випуску продукції).

Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння першого порядку, частинний та загальний розв'язки. Диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Лінійні рівняння. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння другого порядку, основні поняття. Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають пониження порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Використання диференціальних рівнянь у задачах економічної динаміки (модель Еванса встановлення рівноважної ціни, модель зростання для постійного темпу приросту, модель росту в умовах конкуренції, макроекономічні моделі динаміки національного доходу, модель ринку з прогнозованими цінами).

Тема 2. Ряди.

Числовий ряд. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Ряд геометричної прогресії. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд. Ряди з додатними членами. Достатні ознаки збіжності додатних рядів (ознака порівняння рядів, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші).

Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбниця. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розвинення в ряд елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

Тема 3. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей

Поняття стохастичного експерименту, його роль і місце при моделюванні соціально-економічних та природничих процесів. Предмет теорії ймовірностей. Простір елементарних подій. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки. Статистичне означення ймовірності. Теореми додавання ймовірностей. Залежні і незалежні події. Умовна ймовірність події. Теореми множення ймовірностей подій. Використання основних теорем для оцінки надійності роботи деяких систем. Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Застосування основ теорії ймовірностей в актуарних розрахунках.

Тема 4. Повторні незалежні випробування

Схема незалежних повторних випробувань. Формула Бернуллі. Найвірогідніше число подій. Локальна теорема Муавра - Лапласа. Інтегральна теорема Муавра - Лапласа. Теорема Бернуллі. Теорема Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу. Приклади застосування схеми Бернуллі у задачах управління та страхування.

Тема 5. Випадкові величини. Основні закони розподілу випадкових величин.

Означення випадкових величин та їх класифікація. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Функція розподілу та її властивості. Числові характеристики розподілу. Основні розподіли дискретних випадкових величин, які найчастіше зустрічаються при дослідженні соціально-економічних явищ: біноміальний розподіл, геометричний розподіл, гіпергеометричний розподіл, розподіл Пуассона. Означення неперервних випадкових величин. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин. Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. Показниковий закон розподілу. Нормальний закон розподілу ймовірностей, його стандартне подання та місце в дослідженні економічних процесів. Розподіли Хі-квадрат, Стюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним

нормальним розподілом. Приклади застосування стандартних розподілів у типових задачах економічної діяльності.

Тема 6. Закон великих чисел та граничні теореми

Збіжність за ймовірністю та майже напевно. Нерівності Маркова та Чебишева. Закони великих чисел та умови їх виконання. Оцінки відхилень статистичних частот за законом великих чисел Я.Бернуллі. Збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Центральна гранична теорема. Теорема Ляпунова.

Приклади застосування закону великих чисел та центральної граничної теореми у задачах контролю якості продукції, задачах масового обслуговування, страхування, маркетингових дослідженнях.

Тема 7. Елементи математичної статистики

Статистичний розподіл вибірки та її числові характеристики. Основні положення вибіркового методу. Емпірична функція розподілу. Полігон частот та гістограма. Визначення числових характеристик і довірчих інтервалів. Статистичні оцінки параметрів розподілу та їх властивості. Груповані дані вибіркового спостереження. Точкові оцінки параметрів генеральної сукупності. Метод моментів знаходження оцінок. Метод максимальної вірогідності. Порівняння точкових оцінок. Інтервальні оцінки. Загальний алгоритм їх побудови. Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі. Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез та потужність критерію. Критерії узгодженості: критерій Колмогорова-Смирнова та Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність. Критерій Стюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій. Критерій хі-квадрат про єдину дисперсію для нормальної статистичної моделі. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій для нормальної статистичної моделі.

СТРУКТУРА ДИСЦИПЛІНИ «ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»

Назва теми	Кількість годин				
	Всього годин / кредитів	Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота	Форми контролю
Тема 1. Математика як засіб дослідження економічних задач		1		6	О
Тема 2. Елементи		5	6	10	О, ДЗ

лінійної алгебри					
Тема 3. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії		6	6	16	О, ІНДЗ, МКР
Тема 4. Вступ до математичного аналізу		6	6	16	О, ДЗ.
Тема 5. Основи диференціального числення		8	8	16	О, ІНДЗ, ДЗ.
Тема 6. Функції декількох змінних		4	4	16	О,ДЗ, ІНДЗ
Тема 7. Інтегральне числення функції однієї змінної		12	12	16	О, ІНДЗ, МКР
Кредити	6				
Усього за I семестр	180/ 6	42	42	96	
<i>Підсумковий контроль – екзамен</i>					
Тема 8. Диференціальні рівняння та їх застосування в моделях економічної динаміки		6	6	16	О, ДЗ,ІНДЗ
Тема 9. Ряди		4	4	16	О, ІНДЗ
Тема 10. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей		6	6	16	О, ДЗ.
Тема 11. Повторні незалежні випробування		2	2	16	О, ДЗ, МКР
Тема 12. Випадкові величини. Основні закони розподілу випадкових величин		6	6	16	О, ДЗ, ІНДЗ
Тема 13. Закон великих чисел та граничні теореми		2	2	12	О, ДЗ,
Тема 14. Елементи математичної статистики		8	8	20	О, ІНДЗ, МКР
Кредити	6				
Усього за II семестр	180 / 6	34	34	112	
<i>Підсумковий контроль – екзамен</i>					
Усього за навчальний рік	360 / 12	76	76	208	

Примітка: ДЗ – перевірка домашнього завдання, МКР – модульна контрольна робота, ІНДЗ – індивідуальні домашні завдання, О – опитування.

