

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТОРГОВЕЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ

Система забезпечення якості освітньої діяльності та якості вищої  
освіти

*сертифікована на відповідність ДСТУ ISO 9001:2015 / ISO 9001:2015*

**Кафедра вищої та прикладної математики**



**ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА /  
HIGHER AND APPLIED MATHEMATICS**

**ПРОГРАМА /**

**COURSE SUMMARY**

**Київ 2020**

**Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу КНТЕУ  
заборонено**

Автори: **М.О. БЄЛОВА**, кандидат фіз. – матем. наук, доцент,  
**Т.В. КОВАЛЬЧУК**, кандидат фіз. – матем. наук, доцент

Розглянуто та затверджено на засіданні кафедри вищої та прикладної  
математики 30 червня 2020 р., протокол № 22.

Рецензенти: **С.С. КАРТАШОВА**, доктор біол. наук, к. фіз.- матем  
наук, с. н. с., доцент, проф.  
**А.В. ВАСИЛЕНКО**, кандидат економічних наук, доцент  
кафедри фінансів

**ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА/  
HIGHER AND APPLIED MATHEMATICS**

**ПРОГРАМА /  
COURSE SUMMARY**

## ВСТУП

Запропонована програма дисципліни «Вища та прикладна математика» призначена для студентів освітнього ступеня «молодший бакалавр» галузі знань 07 «Управління та адміністрування» спеціальності 07212 «Фінанси, банківська справа та страхування» за навчальним планом є обов'язковою та відноситься до циклу загальної підготовки молодших бакалаврів.

Програму підготовлено відповідно до Стандарту вищої освіти КНТЕУ із зазначеної спеціальності та відповідної освітньо-професійної програми підготовки молодших бакалаврів КНТЕУ

Програма складається з таких розділів:

1. Мета, завдання та предмет дисципліни.
2. Передумови вивчення дисципліни як вибіркової компоненти освітньої програми.
3. Результати вивчення дисципліни.
4. Зміст дисципліни.
5. Список рекомендованих джерел.

### 1. МЕТА, ЗАВДАННЯ ТА ПРЕДМЕТ ДИСЦИПЛІНИ

**Метою** викладання дисципліни «Вища та прикладна математика» є формування у майбутніх фахівців галузі знань 07 «Управління та адміністрування» спеціальності «Фінанси, банківська справа та страхування» фундаментальних математичних знань для моделювання і розв'язування прикладних задач економіки, підприємництва, торгівлі, управління, та пояснення ролі і місця математичних методів при їх розв'язуванні; вироблення у студентів логічного й аналітичного мислення; систематичне викладення основних математичних понять та методів під кутом їх практичних застосувань; вироблення у студентів уміння використовувати відповідний математичний апарат для аналізу і моделювання прикладних задач та проведення кількісних досліджень економічних явищ із застосуванням обчислювальної техніки.

**Предметом** вивчення дисципліни «Вища та прикладна математика» є загальні математичні властивості та закономірності, необхідні для аналізу економічних проблем як теоретичного, так і прикладного характеру, методи систематизації, опрацювання і аналізу масових статистичних даних.

**Основними завданнями**, що мають бути вирішені у процесі викладання дисципліни, є оволодіння студентами основами математичного апарату, що необхідні для ефективного вивчення інших дисциплін; формування початкових умінь самостійно поглиблювати свої знання, розвивати логічне мислення; вироблення вміння формулювати та аналізувати постановку і розв'язання задачі з використанням

математичних та статистичних методів; опанування сучасними методами розв'язування типових задач в межах вивченого програмного матеріалу; засвоєння навичок самостійної роботи з навчально-методичною літературою та Інтернет - ресурсами і використання необхідних програмних продуктів для аналізу і розв'язування професійно-спрямованих задач.

## **2. ПЕРЕДУМОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ ЯК ВИБІРКОВОЇ КОМПОНЕНТИ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ**

У структурно-логічній схемі підготовки молодших бакалаврів галузі знань 07 «Управління та адміністрування» навчальна дисципліна «Вища та прикладна математика» є вихідною дисципліною і спирається на знання шкільного курсу математики, викладається в першому та другому семестрах.

## **3. РЕЗУЛЬТАТИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ**

Дисципліна «Вища та прикладна математика», забезпечує оволодіння студентами загальними та фаховими компетентностями і досягнення ними програмних результатів навчання за відповідною освітньо-професійною програмою «Фінанси, банківська справа та страхування» (ОС молодший бакалавр):

Номер в освітній програмі	Зміст компетентності	Номер теми, що розкриває зміст компетентності
<i>Загальні компетентності за освітньою програмою</i>		
ЗК 01.	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу	2, 3,
ЗК 02.	Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.	4,5,6,7,8,9
ЗК 04.	Навички використання інформаційних та комунікаційних технологій.	3,4,11
ЗК 05.	Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.	14
<i>Фахові компетентності за освітньою програмою</i>		
СК 08.	Здатність підтримувати належний рівень знань та постійно підвищувати свою професійну підготовку.	2,3, 4,5,6,7,8,9
<i>Програмні результати навчання за освітньою програмою</i>		
ПР 06.	Застосовувати спеціалізовані інформаційні системи, сучасні фінансові технології та	3, 5, 6, 7, 8, 11, 12

	програмні продукти.	
ПР09.	Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових характеристик фінансових систем.	3, 5, 6, 7, 8, 11, 12
ПР 11 .	Застосовувати набуті теоретичні знання для розв'язання практичних завдань та змістовно інтерпретувати отримані результати.	5,7,12,14
ПР 14.	Виявляти навички самостійної роботи, гнучкого мислення, відкритості до нових знань.	9,11,12,14

## 4. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

### Тема 1. Математика як засіб дослідження економічних задач

Моделювання в економіці і його використання у розвитку і формалізації економічної теорії. Математичний апарат як важливий інструмент економічного аналізу, організації і управління, невід'ємна складова ефективної економічної, фінансової, торговельної діяльності. Взаємозв'язок дисципліни “Вища та прикладна математика” з іншими дисциплінами математичного та економічного спрямування. Приклади застосування математики в економічній діяльності підприємств (балансові моделі, задачі фінансової математики, ймовірнісні методи в пенсійному страхуванні, оцінка результатів маркетингових експертних досліджень, оптимізація параметрів системи масового обслуговування клієнтів). Функції і графіки в економічному моделюванні (функції попиту та пропозиції, виробничі функції, модель встановлення рівноважної ціни).

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3. Додатковий: 2,3. Інтернет-ресурси: 2,3.

### Тема 2. Елементи лінійної алгебри

Матриці та дії з ними. Матричне представлення даних в економіці. Визначники. Властивості визначників. Мінори та алгебраїчні доповнення. Розкладання визначника за елементами рядка або стовпця. Практичні способи обчислення визначників. Поняття невиродженої матриці. Обернена матриця. Ранг матриці. Елементарні перетворення матриць. Дії з матрицями в електронних таблицях Excel.

Поняття системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими. Формули Крамера. Розв'язування систем  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими за допомогою оберненої матриці. Розв'язування систем  $m$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими за методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капеллі про сумісність системи лінійних рівнянь. Системи лінійних однорідних рівнянь.

Застосування методів лінійної алгебри у задачах економіки (використання алгебри матриць в задачах менеджменту і маркетингу: витрати сировини та робочого часу при виготовленні продукції, кредитування підприємств, реалізація і розподіл продукції і т.п.; приклади економічних задач, що зводяться до систем лінійних рівнянь, лінійний аналіз міжгалузевого балансу, проблема продуктивності моделі Леонтьєва, модель міжнародної торгівлі).

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3. Додатковий: 1, 2, 3. Інтернет-ресурси: 2, 3.

### **Тема 3. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії**

Вектори на площині і у просторі. Дії над векторами. Координати вектора. Модуль вектора. Дії над векторами, заданими своїми координатами. Умови колінеарності і компланарності векторів. Координати точки поділу. Скалярний добуток векторів та його властивості. Векторний добуток векторів та його властивості. Мішаний добуток векторів та його властивості. Простір товарів, вектор цін.

Лінії на площині. Основні поняття. Різні види рівняння прямої. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. Лінійні функції попиту і пропозиції, встановлення рівноважної ціни. Застосування лінійної функціональної залежності в економічних моделях. Аналітична геометрія у просторі.

Найважливіші криві другого порядку. Загальне рівняння ліній другого порядку. Рівняння кола. Еліпс. Дослідження форми еліпса. Ексцентриситет еліпса. Гіпербола. Дослідження форми гіперболи. Ексцентриситет гіперболи. Парабола. Дослідження форми параболі. Економічні задачі, пов'язані з використанням кривих другого порядку.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3. Додатковий: 1, 2, 3. Інтернет-ресурси: 2, 3.

## Тема 4. Вступ до математичного аналізу

Множини. Дійсні числа. Числові проміжки, окіл точки. Поняття про функцію. Графік функції. Способи задання функції. Основні характеристики функції (обмеженість і необмеженість, парність і непарність, зростання та спадання, монотонність). Обернена функція. Складна функція. Основні елементарні функції та їх графіки. Графіки в економічному моделюванні (функція споживання і лінія бюджетного обмеження, криві попиту і пропозиції, функції Торнквіста, графіки залежності витрат і доходу від обсягу виробництва).

Числова послідовність. Границя числової послідовності. Границя функції в точці. Односторонні границі. Границя функції для  $x \rightarrow \infty$ . Нескінченно великі і нескінченно малі функції. Означення і основні теореми. Основні теореми про границі. Перша і друга важливі границі. Павутинна модель ринку. Комп'ютерне знаходження границь.

Неперервність функції в точці, на інтервалі і на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями. Класифікація точок розриву. Основні теореми про неперервні функції. Економічна інтерпретація неперервності. Деякі функціональні залежності, що використовуються в економіці. Поняття про виробничі функції.

### Список рекомендованих джерел:

Основний: 1, 3. Додатковий: 1, 2, 3. Інтернет-ресурси: 2, 3.

## Тема 5. Основи диференціального числення

Економічні задачі, що розв'язуються методами диференціального числення. Означення похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Правила знаходження похідних. Похідна складної функції. Похідна оберненої функції. Похідна функції, заданої неявно.

Означення диференціала. Геометричний зміст диференціала. Основні теореми про диференціали. Інваріантність форми першого диференціала. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбниція. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші. Правило Лопітала.

Умови зростання і спадання функції на проміжку. Максимум та мінімум функції. Необхідні та достатні умови екстремуму функції. Опуклість та угнутість графіка функції, точки перегику. Асимптоти

графіка функції. Загальна схема дослідження функції і побудови графіка.

Застосування похідних в економічних розрахунках (граничні показники в мікроекономіці: гранична собівартість продукції, граничний дохід, граничні витрати тощо; гранична схильність до споживання та збереження в макроекономічній моделі національного доходу, максимізація прибутку, аналіз витрат, закон спадної ефективності виробництва. оптимізація оподаткування підприємств, еластичність функції, еластичність попиту і пропозиції, застосування еластичності в економічному аналізі, принцип акселерації).

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3. Додатковий: 1, 2, 3. Інтернет-ресурси: 2, 3.

## **Тема 6. Функції декількох змінних**

Приклади функцій декількох змінних, що застосовуються в економіці. Функція двох змінних, область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних. Лінії рівня. Лінія та поверхня байдужості в економічній теорії споживання. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Деякі функції багатьох змінних, що використовуються в задачах економіки. Частинні похідні першого порядку. Частинні похідні вищих порядків. Повний диференціал функції. Економічний зміст частинних похідних.

Необхідні умови екстремуму функції декількох змінних. Достатні умови екстремуму функції декількох змінних. Умовний екстремум.

Приклади застосування функцій багатьох змінних в задачах економіки (оптимальний розподіл ресурсів, максимізація прибутку, знаходження максимальної корисності). Аналіз економічних задач за допомогою виробничих функцій. Частинні еластичності, норми заміщення. Оптимізація прибутку від виробництва товарів різних видів.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3, 4. Додатковий: 1, 2, 3. Інтернет-ресурси: 1, 2, 3.

## **Тема 7. Інтегральне числення функції однієї змінної**

Поняття невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів. Метод безпосереднього інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі і метод інтегрування частинами. Інтегрування найпростіших



раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки. Інтегрування за допомогою комп'ютера.

Визначений інтеграл як границя інтегральної суми. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбниці. Властивості визначеного інтеграла. Заміна змінної у визначеному інтегралі, інтегрування частинами. Геометричні застосування визначеного інтеграла. Поняття про невласні інтеграли. Застосування визначеного інтеграла в задачах економіки (знаходження загальних та середніх величин за відомими граничними величинами, знаходження обсягу виробленої продукції, надлишок (додатковий виграш) споживача, аналіз нерівномірності у розподілі доходів серед населення за допомогою кривої Лоренця, застосування інтегралів у фінансових розрахунках).

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3, 4.   Додатковий: 1,2,3.   Інтернет-ресурси: 1,2,3.

## **Тема 8. Диференціальні рівняння та їх застосування в моделях економічної динаміки**

Економічні задачі, що потребують використання диференціальних рівнянь (модель накопичення капіталу, модель демографічного процесу, модель рівноважного зростання випуску продукції).

Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки. Задача Коші. Теорема про існування та єдиність розв'язку диференціального рівняння першого порядку, частинний та загальний розв'язки. Диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Лінійні рівняння. Рівняння Бернуллі.

Диференціальні рівняння другого порядку, основні поняття. Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають пониження порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Використання диференціальних рівнянь у задачах економічної динаміки (модель Еванса встановлення рівноважної ціни, модель зростання для постійного темпу приросту, модель росту в умовах конкуренції, макроекономічні моделі динаміки національного доходу,

модель ринку з прогнозованими цінами). Поняття про системи лінійних диференціальних рівнянь.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3, 4. Додатковий: 1,2,3. Інтернет-ресурси: 1,2,3.

## **Тема 9. Ряди**

Числовий ряд. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Ряд геометричної прогресії. Необхідна умова збіжності ряду. Гармонічний ряд. Ряди з додатними членами. Достатні ознаки збіжності додатних рядів (ознака порівняння рядів, ознака Даламбера, радикальна ознака Коші, інтегральна ознака Коші).

Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбниці.

Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розвинення в ряд елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 3, 4. Додатковий: 1,2,3. Інтернет-ресурси: 1,2,3.

## **Тема 10. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей**

Поняття стохастичного експерименту, його роль і місце при моделюванні соціально-економічних та природничих процесів. Предмет теорії ймовірностей. Простір елементарних подій. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки. Статистичне означення ймовірності. Теореми додавання ймовірностей. Залежні і незалежні події. Умовна ймовірність події. Теореми множення ймовірностей подій. Використання основних теорем для оцінки надійності роботи деяких систем. Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Застосування основ теорії ймовірностей в актуарних розрахунках: оцінка ризиків функціонування економічних моделей за критеріями Байєса і Гурвіца, аналіз та оцінка ймовірності банкрутства підприємств торгівлі.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 2. Додатковий: 4,5. Інтернет-ресурси: 1,2,3,4,5.

## **Тема 11. Повторні незалежні випробування**

Схема незалежних повторних випробувань. Формула Бернуллі. Найвірогідніше число подій. Локальна теорема Муавра - Лапласа. Інтегральна теорема Муавра - Лапласа. Теорема Бернуллі. Теорема Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу. Приклади застосування схеми Бернуллі у задачах управління та страхування.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 2. Додатковий: 4,5. Інтернет-ресурси: 1,2,3,4,5.

## **Тема 12. Випадкові величини. Основні закони розподілу випадкових величин**

Означення випадкових величин та їх класифікація. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Функція розподілу та її властивості. Числові характеристики розподілу. Основні розподіли дискретних випадкових величин, які найчастіше зустрічаються при дослідженні соціально-економічних явищ: біноміальний розподіл, геометричний розподіл, гіпергеометричний розподіл, розподіл Пуассона. Означення неперервних випадкових величин. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин. Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. Показниковий закон розподілу. Гамма-розподіл. Нормальний закон розподілу ймовірностей, його стандартне подання та місце в дослідженні економічних процесів. Розподіли Хі-квадрат, Стюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним нормальним розподілом.

Приклади застосування стандартних розподілів у типових задачах економічної діяльності: прийняття рішень в умовах невизначеності; аналіз ризиків за допомогою середніх квадратичних відхилень; застосування закону Пуассона до задач теорії надійності; застосування законів розподілу неперервних випадкових величин у діяльності менеджера страхової компанії.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 2. Додатковий: 4,5. Інтернет-ресурси: 1,2,3,4,5.

## **Тема 13. Закон великих чисел та граничні теореми**

Збіжність за ймовірністю та майже напевно. Нерівності Маркова та Чебишева. Закони великих чисел та умови їх виконання. Оцінки відхилень статистичних частот за законом великих чисел Бернуллі. Збіжність за ймовірністю та збіжність за розподілом. Центральна гранична теорема. Теорема Ляпунова.

Приклади застосування закону великих чисел та центральної граничної теореми у задачах контролю якості продукції, задачах масового обслуговування, страхування, маркетингових дослідженнях.

**Список рекомендованих джерел:**

Основний: 1, 2. Додатковий: 4,5. Інтернет-ресурси: 1,2,3,4,5.

## **Тема 14. Елементи математичної статистики**

Аналіз та прогнозування функціонування соціально-економічних об'єктів на основі статистичних даних їх діяльності.

Основні положення вибіркового методу. Статистичний розподіл вибірки та її числові характеристики. Емпірична функція розподілу. Полігон частот та гістограма. Визначення числових характеристик і довірчих інтервалів за допомогою табличного процесору Microsoft Excel. Побудова гістограми засобами Microsoft Excel. Статистичні оцінки параметрів розподілу та їх властивості. Груповані дані вибірових спостережень. Точкові оцінки параметрів генеральної сукупності. Метод моментів знаходження оцінок. Метод максимальної вірогідності. Порівняння точкових оцінок. Інтервальні оцінки. Загальний алгоритм їх побудови. Інтервальні оцінки для нормальної статистичної моделі.

Застосування понять та методів математичної статистики до задач виробництва, планування, управління, ціноутворення: оцінка числових характеристик розподілів статистичних даних (місячного прибутку підприємства, товарообігу, витрат).

Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез та потужність критерію. Критерії узгодженості: критерій Колмогорова-Смирнова та Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність. Критерій Стюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій. Критерій хі-квадрат



## Інтернет-ресурси

1. Офіційний сайт державної служби статистики України. Режим доступу: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)
2. Вища та прикладна математика – бібліотека файлів. Режим доступу: <http://primat.at.ua/load/7>
3. Вища та прикладна математика – лекції, курсові, типові завдання, приклади розв'язування задач. Режим доступу: <http://matclub.ua/>
4. Кігель В.Р., Шаров О.І. Теорія ймовірностей для економістів та менеджерів. Навчальний посібник: Програма та конспект лекцій із завданнями для практичних занять і самостійної роботи студентів / В.Р. Кігель, О.І. Шаров. – К.: ВНЗ «Університет економіки та права «КРОК», 2018. – 144 с. [Електронний ресурс] // Режим доступу: <https://library.krok.edu.ua/media/library/category/navchalni-posibniki/kigel-0042.pdf>
5. STATISTICA Base. [Електронний ресурс] // Режим доступу: [http://statsoft.com/products/STATISTICA\\_Base/](http://statsoft.com/products/STATISTICA_Base/).

*\* Джерела, наявні у бібліотеці Київського національного торговельно-економічного університету.*